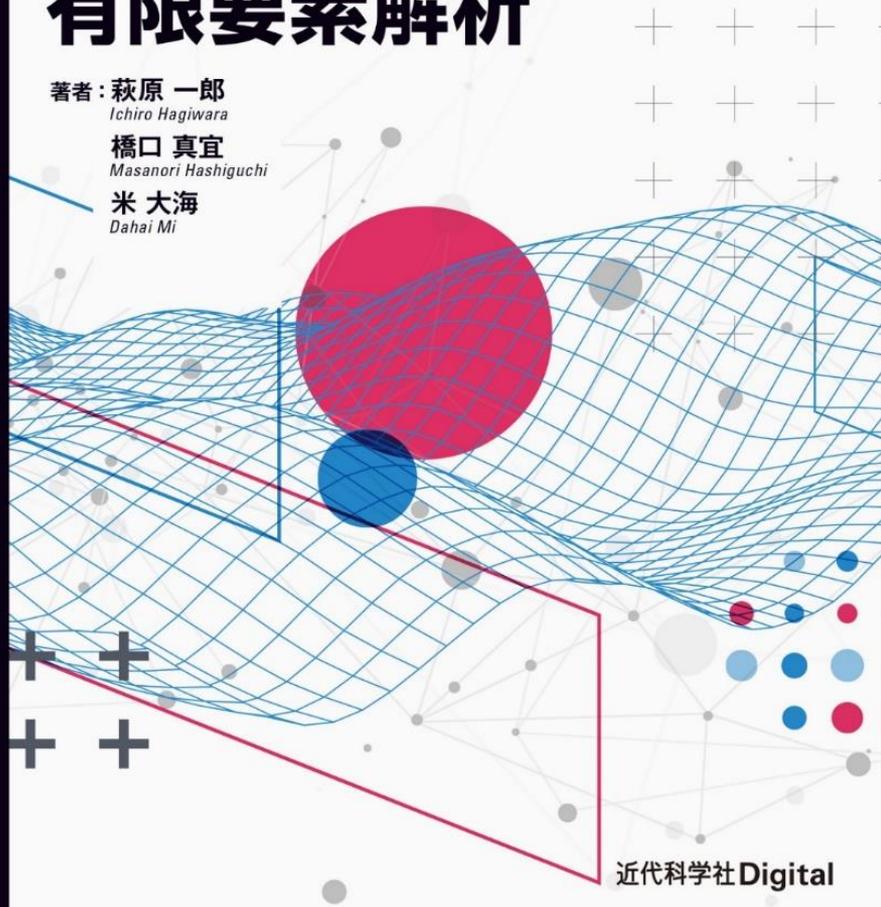


# 次世代のものづくりに役立つ 振動・波動系の 有限要素解析

著者：萩原 一郎  
*Ichiro Hagiwara*  
橋口 真宜  
*Masanori Hashiguchi*  
米 大海  
*Dahai Mi*



近代科学社 Digital

マルチフィジクス  
有限要素解析シリーズ  
6

次世代のものづくりに  
役立つ

振動・波動系の有限要素解析

著者：萩原 一郎・橋口真宜・米大海

KDD

本書の目次

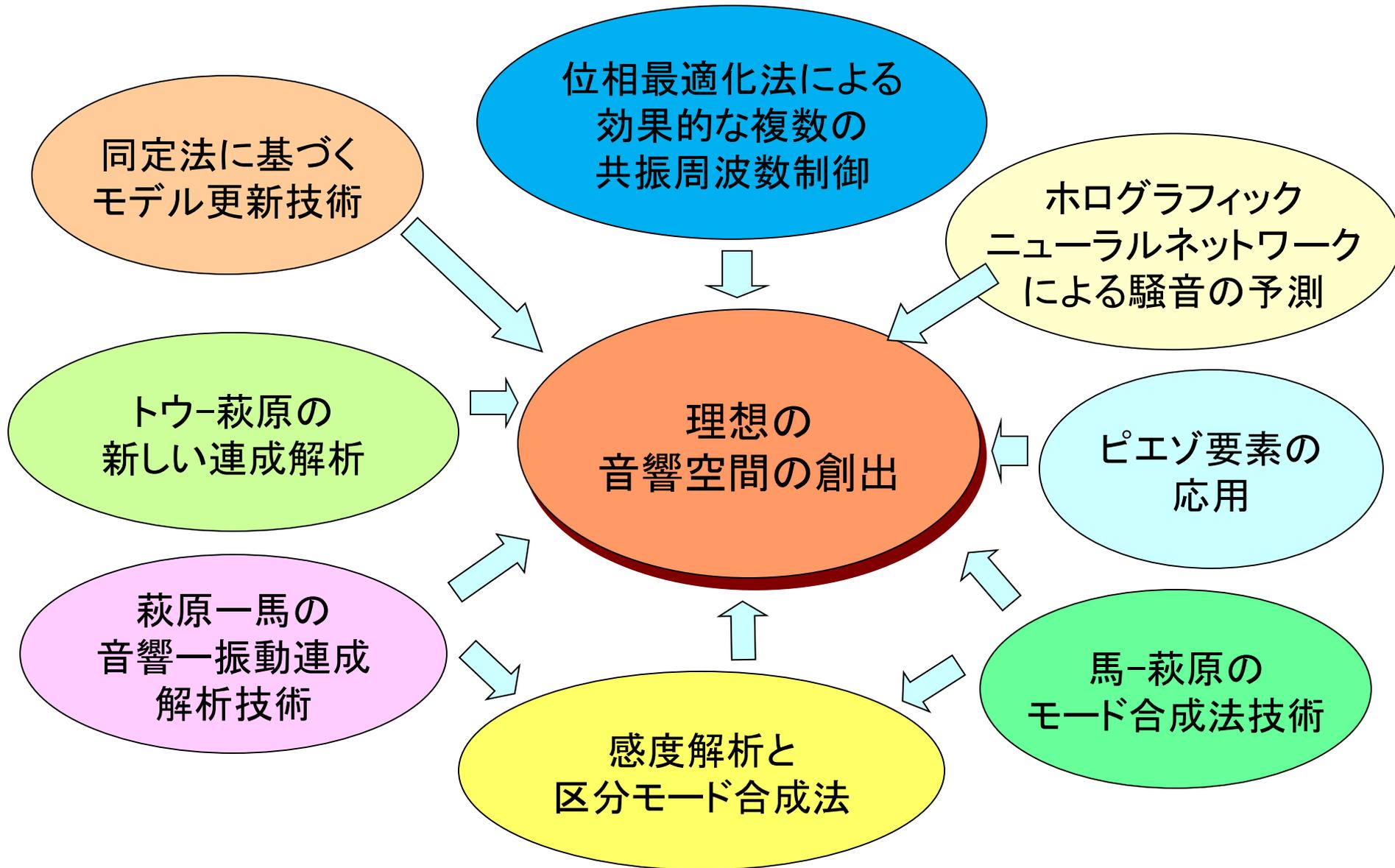
- 第1章 音の力学
- 第2章 モード合成法をベースとする新しい解析技術
- 第3章 固有周波数を操る
- 第4章 機械学習と応答曲面最適化法
- 第5章 流れの音
- 第6章 アプリによる数値解析



発行：近代科学社 Digital  
販売：株式会社 近代科学社

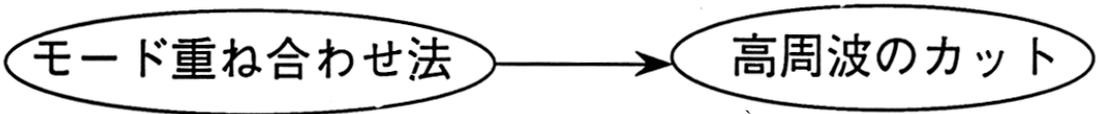
An impress Group Company

# 感性音響空間の構築



# モード合成法の歴史:

- 高次のモードを省略しても補正を行わないモード変位法

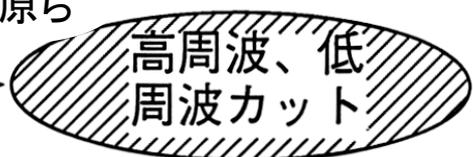


1945 Williams, 1979 Hansteenら

- 1945年に高次モードを省略し、その補正を行う、モード加速度法が提案されモード合成の効率および精度が大幅に改善



1990 萩原ら

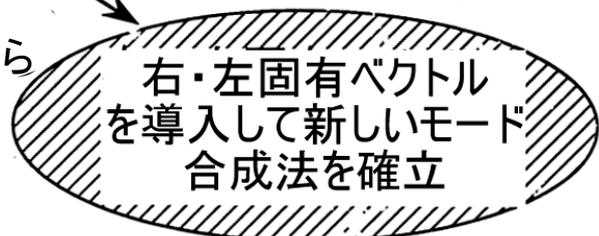


- 感度解析、振動騒音解析、部分構造合成解析は全てこのモード加速度法が基本 → 車室内の高周波騒音の解析が困難な原因

1980 MacNealら

- 低次の固有モードを省略 → モード加速度法はモード変位法よりかえって精度が劣る

1990 萩原ら



萩原らの新しいモード合成法

# 騒音振動に関わる新しい解析技術(1/2)

- ① モード加速度法(Williams)方法1945
- ② サブスペース法 Klaus-Jürgen Bathe 1971
- ③ ビルディングブロックアプローチ SDRC  
Dr. Jason R. Lemon 1985
- ④ マクニールの方法 1980
- ⑤ 馬一萩原のモード法 1991
- ⑥ 萩原らの方法 1992

補足」

- ① モード加速度法は、省略する高次モードの補正を行うものである。
- ④ マクニールの方法は、構造振動一音場連成問題では非対称マトリクスとなるどころパラメータを2倍にして対称化するものである。
- ⑤ 馬一萩原のモード法は、高次に加えて低次モードも省略して補正するものである。
- ⑥ 萩原らの方法は、連成問題で左右の固有モードに関係式が初めて見出されたもので、マクニールの方法のように、パラメータを2倍にするなどの煩雑さをなくしたものである

## 騒音振動に関わる新しい解析技術(2/2)

- ⑦ 1992年 **区分モード合成法** 依知川一萩原
- ⑧ 1992年 萩原一馬のモード感度法
- ⑨ 1995年 SEA (統計的エネルギー解析手法)  
Lyonand—DeJong
- ⑩ 2007年 **FEM-SEAの結合** Shorter—Langley
- ⑪ 2006年 **補正付き摂動法** 山崎一萩原
- ⑫ 2007年 **モーダル差分構造法** 望月一萩原

⑤、⑫は機械学会論文賞、⑥は、SAE論文賞、⑧は、応用数理学会論文賞

SAE(Society of Automotive Engineers)

⑪は評価はさほどでもなかったが、大きく発展。

$$U = U_s + \sum_{i=1}^n z_i \phi_i Q_i$$

$$U_s = (K + j\omega_c C - \omega_c^2 M)^{-1} F$$

$$z_i = \frac{\Omega^2 - \omega_c^2 - 2j\xi_i \omega_i (\Omega - \omega_c)}{\omega_i^2 + 2j\xi_i \omega_i \omega_c - \omega_c^2}$$

- : Force frequency
- : System circular frequency
- : Modal displacement

$j\omega_c \rightarrow \infty$

モード変位法

$\omega_c = 0$

モード加速度法



ハンスティーン法

$\omega_c > 0$

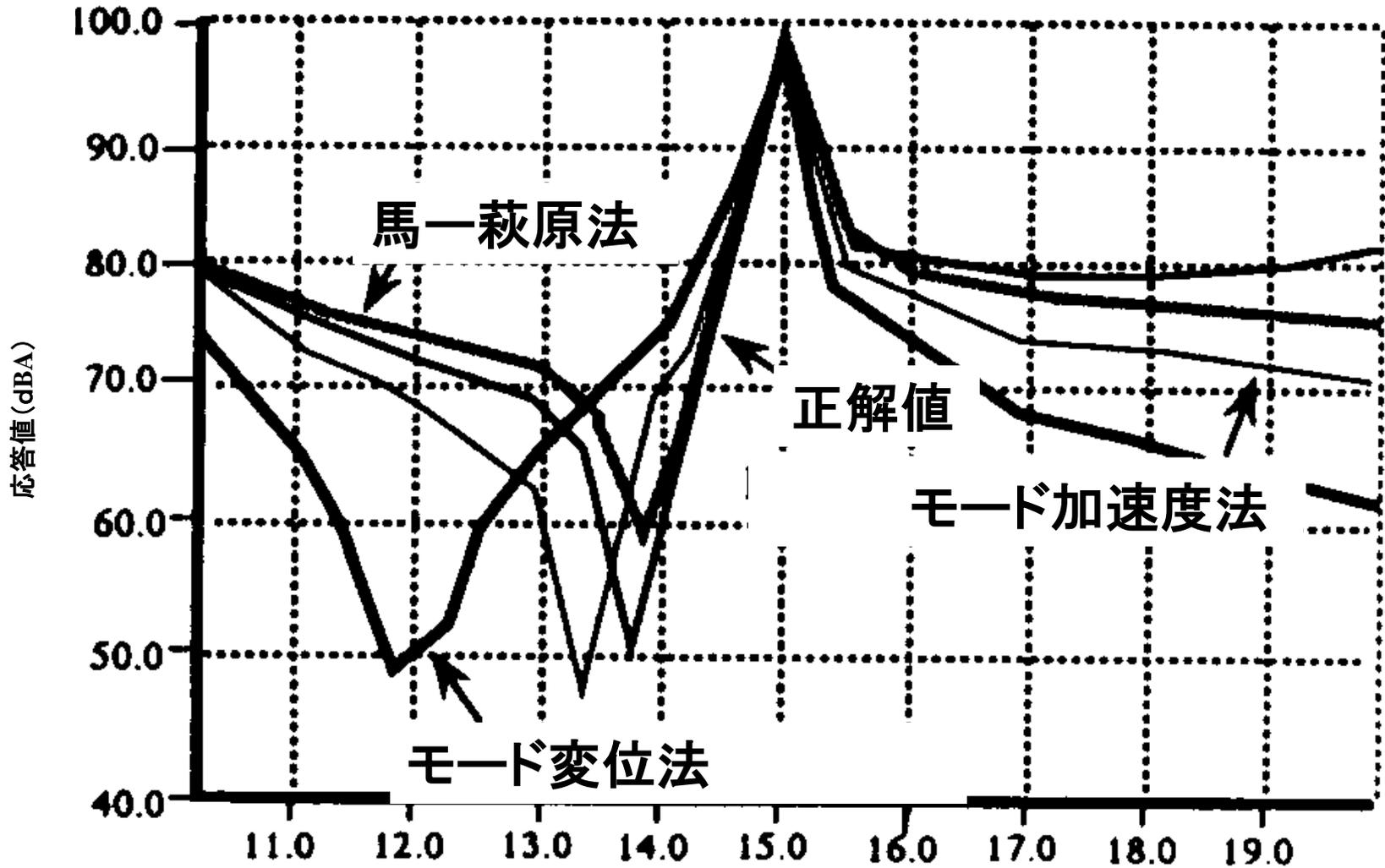
馬-萩原法

$\omega_c = \Omega$

直接周波数応答  
(正解値)

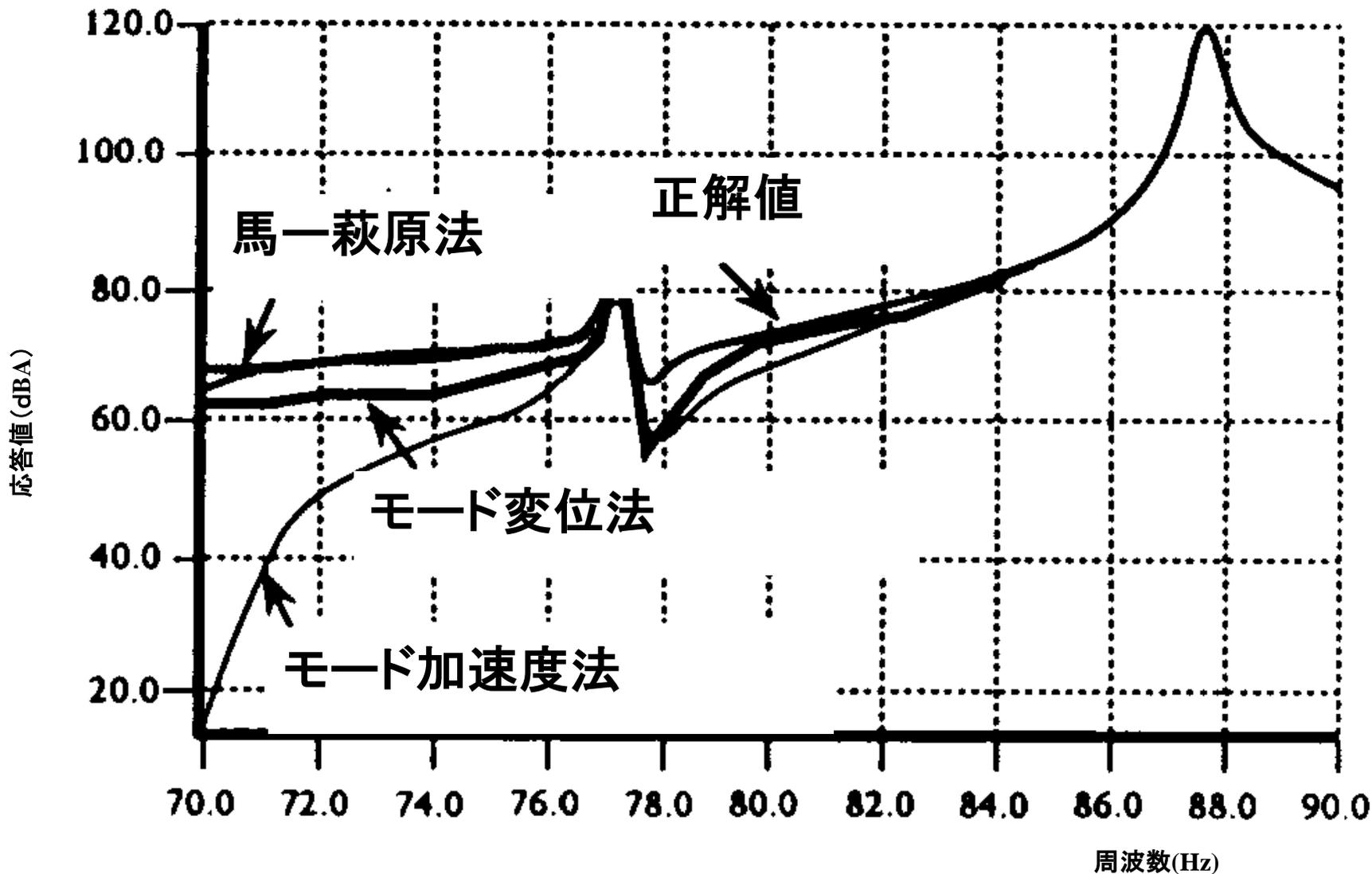
馬-萩原法と従来の  
モード合成法との関係

# 馬一萩原法と従来の方法の比較／ 高次のモードを無視した場合



# 馬一萩原法と従来の方法の比較

／高次と低次のモード両方を無視した場合



# 構造振動—音連成解析の新技术の提案

連成方程式は非対称、稠密  
☞ モード解析適用できず

変数を2倍使って

対称化  
MacNeal (1980)

右と左の固有ベクトル間に  
関係式のあることの発見  
萩原ら (1990)

感度解析式が陽に表出

# NEW METHOD FOR THE COUPLED STRUCTURE-ACOUSTIC SYSTEM

For the coupled structure-acoustic system, the matrix equation is asymmetric. MacNeal proposed a method to expand the matrix twice size to solve the problem. But some problems occur, when using this method: increasing of computation time an illness, difficulties to get the sensitivity etc. The proposed new method will solve these problems.

## Matrix equation of Coupled structure- acoustic

$$\begin{bmatrix} M_{ss} & 0 \\ M_{as} & M_{aa} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_s \\ \ddot{u}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sa} \\ 0 & K_{aa} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s \\ u_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_s \\ F_a \end{Bmatrix}$$

Establish the new formula of mode Superposition technique by right and left eigenvectors

### Lemma 4:

The normalization to mass using only Right eigenvector

$$\phi_{si}^T M_{ss} \phi_{si} + \frac{1}{\lambda_i} (\phi_{ai}^T M_{as} \phi_{si} + \phi_{ai}^T M_{aa} \phi_{ai}) = 1$$

### Lemma 1:

The right, left eigenproblem often has the Real eigenvalues and eigenvectors

### Lemma 2:

The left eigenvectors can be induced by The right eigenvectors

$$\bar{\phi}_i^T = \left\{ \phi_{si}^T, \frac{1}{\lambda_i} \phi_{ai}^T \right\} \text{ (for } \lambda_i \neq 0 \text{)}$$

$\bar{\phi}_i$  is the left eigen vector and  $\phi_i = \{ \phi_{si}, \phi_{ai} \}$

### Lemma 3:

The orthogonal condition using only right eigenvectors

$$\phi_{si}^T K_{ss} \phi_{sj} + \phi_{si}^T K_{sa} \phi_{aj} + \frac{1}{\lambda_i} \phi_{ai}^T K_{aa} \phi_{aj} = 0$$

$$\phi_{si}^T M_{ss} \phi_{sj} + \frac{1}{\lambda_i} (\phi_{ai}^T M_{as} \phi_{sj} + \phi_{ai}^T M_{aa} \phi_{aj}) = 0 \text{ (for } i \neq j \text{)}$$

# 従来の摂動法

## ① 周波数領域の運動方程式

$$-\omega^2 M + j\omega C + jH + KX = F \quad (1)$$

モード座標で表現すると、

$$(-\omega^2 m + j\omega c + jh + k)x = f \quad (2)$$

$$S_m(\omega)x = f \quad (3)$$

構造変更分を式(4)で表現し、

$$\delta S_m = \phi^T \delta S \phi \quad (4)$$

構造変更後の方程式を式(5)で得る。

$$(S_m + \delta S_m)x = f \quad (5)$$

# 提唱した補正付摂動法

補正ベクトルを算出する時に必要な入力ベクトル $F_i$ を計算

$$F_i = (-\omega^2 \delta M + \delta K)\phi \quad (6)$$

式(6)の $F_i$ を式(7)に代入して、補正ベクトル $\phi_a$ を算出

$$\phi_a = (-\omega^2 (M + \delta M) + (K + \delta K))^{-1} (I - M\phi\phi^T) F_i \quad (7)$$

最後に、補正ベクトル $\phi_a$ を方程式(8)に代入し、構造変更後の振動  
嘔吐を得る。

$$\begin{Bmatrix} \phi^T \\ \phi_a^T \end{Bmatrix} (S + \delta S) \begin{Bmatrix} \phi \\ \phi_a \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ x_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi^T \\ \phi_a^T \end{Bmatrix} F \quad (8)$$

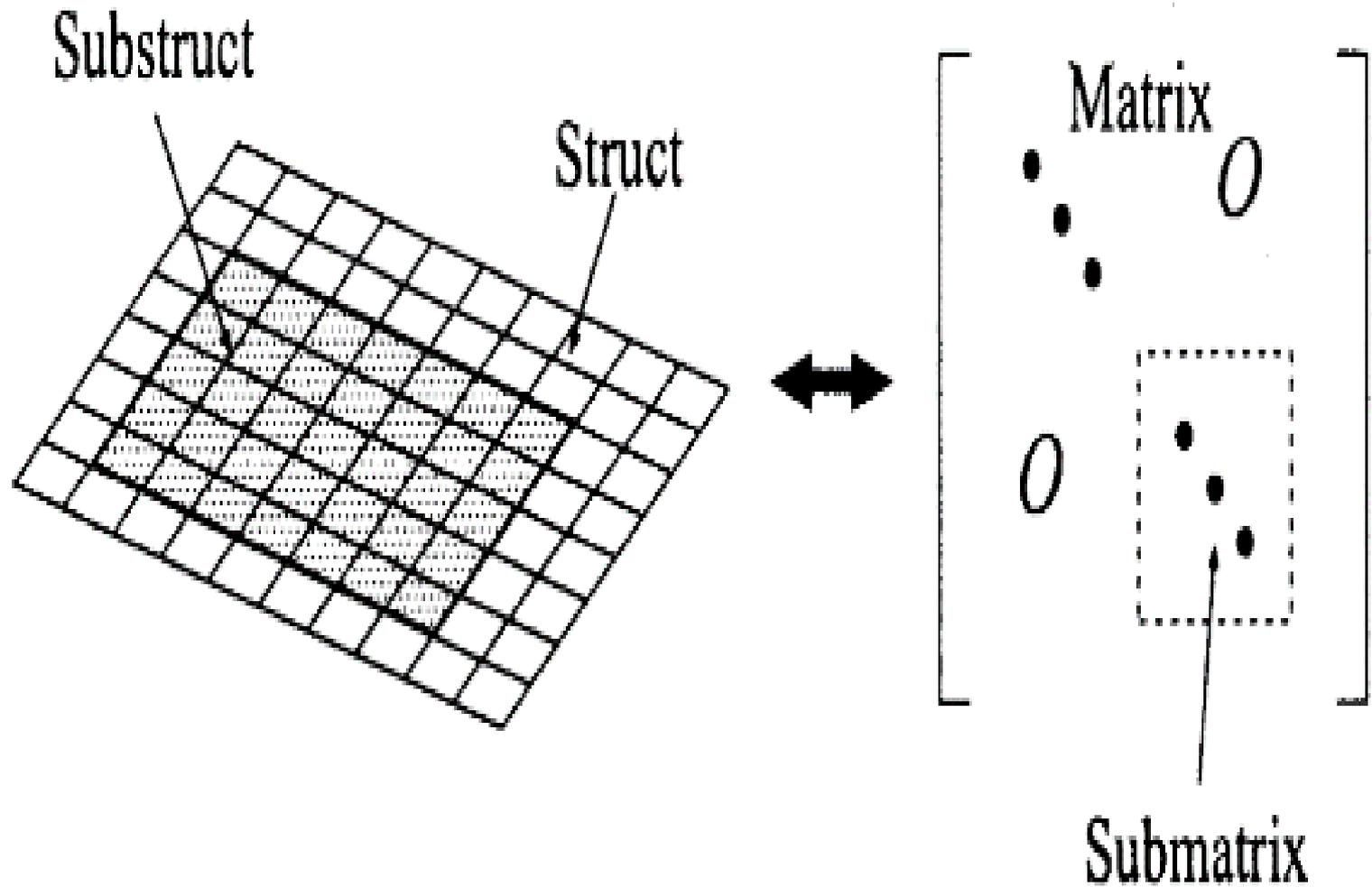
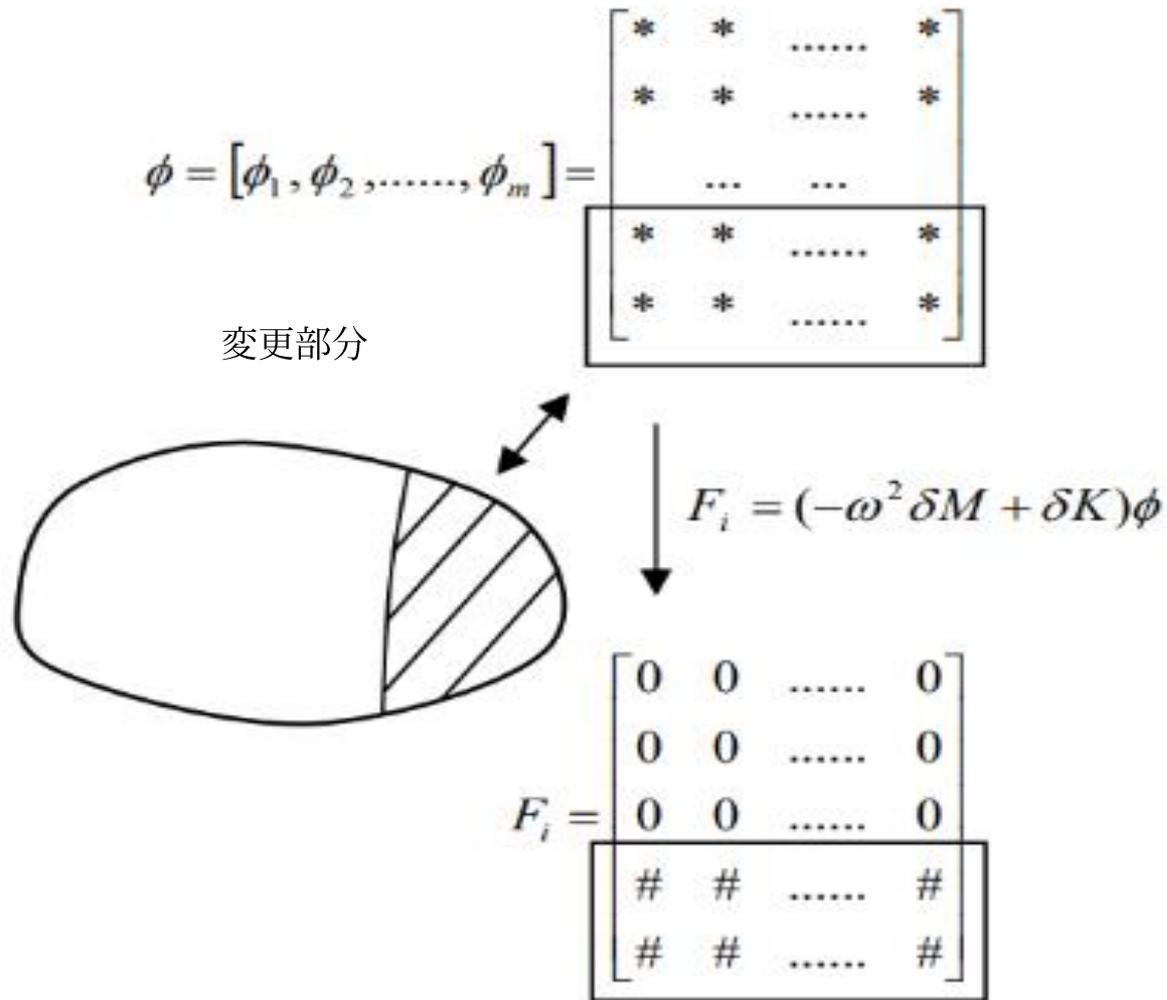


図1 部分構造と対応する部分マトリクス



2023/5/31 図2 構造の変更部分と変更部分に入力される様子

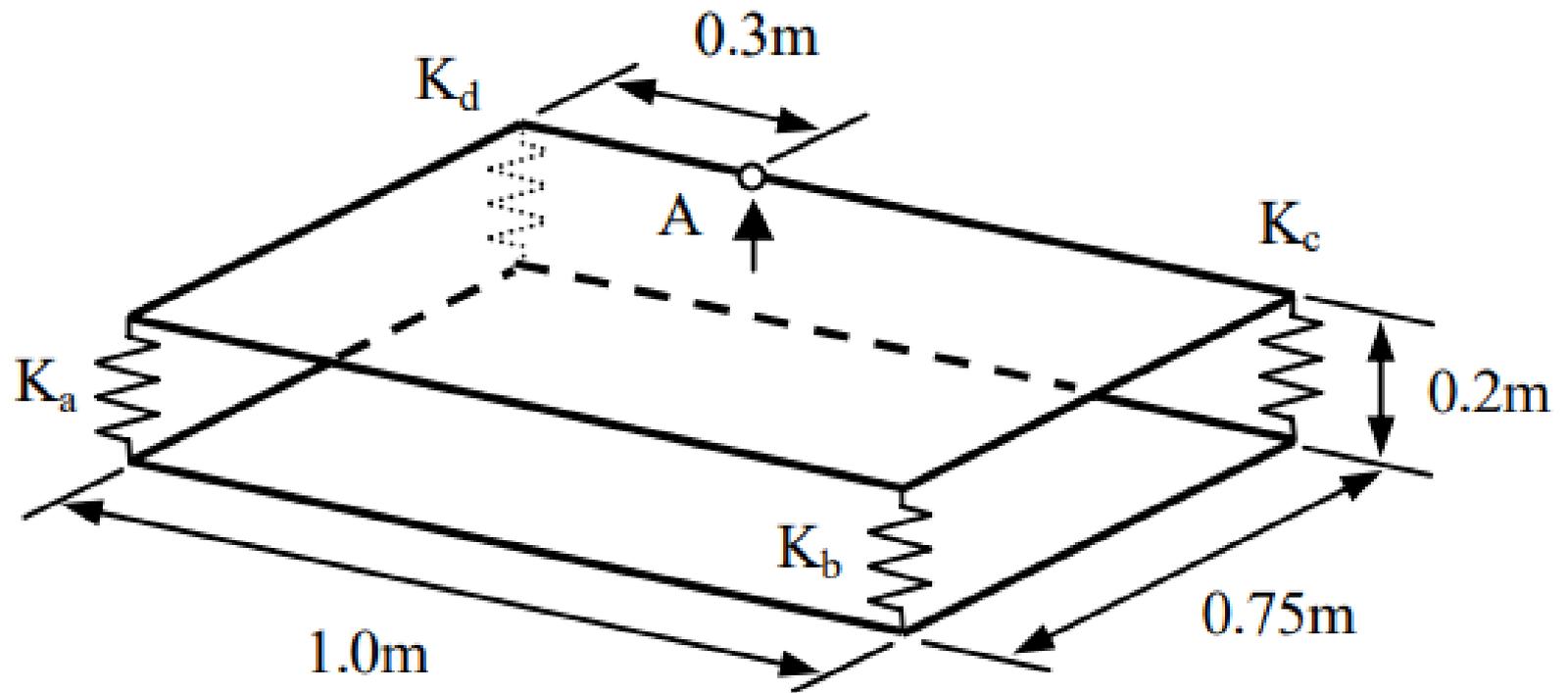


図3 上下平板が4隅のバネで結合されたモデル

板厚変更部分が大きい場合の領域

板厚変更部分が小さい場合の領域

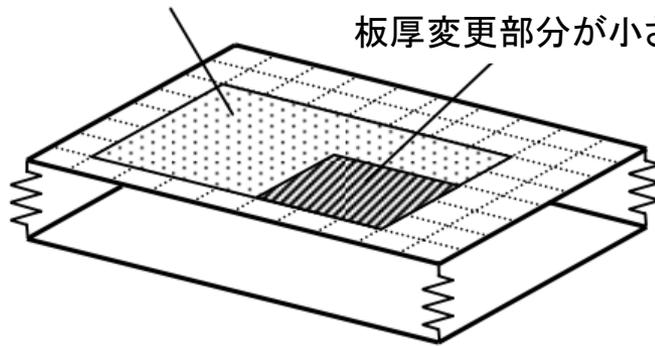


図4 上平板の大きな／小さな領域で板厚を変えたモデル

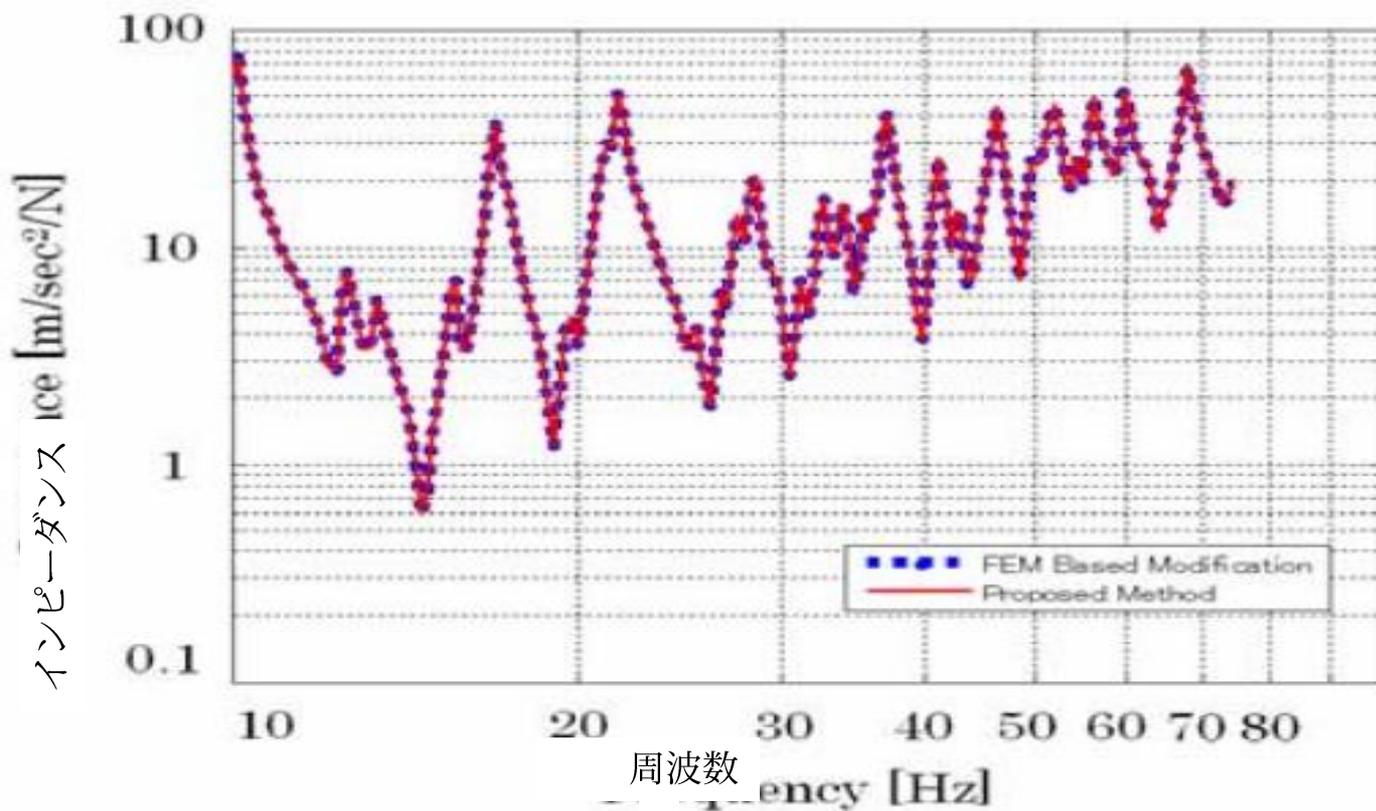


図5 ケース1の周波数応答解析結果

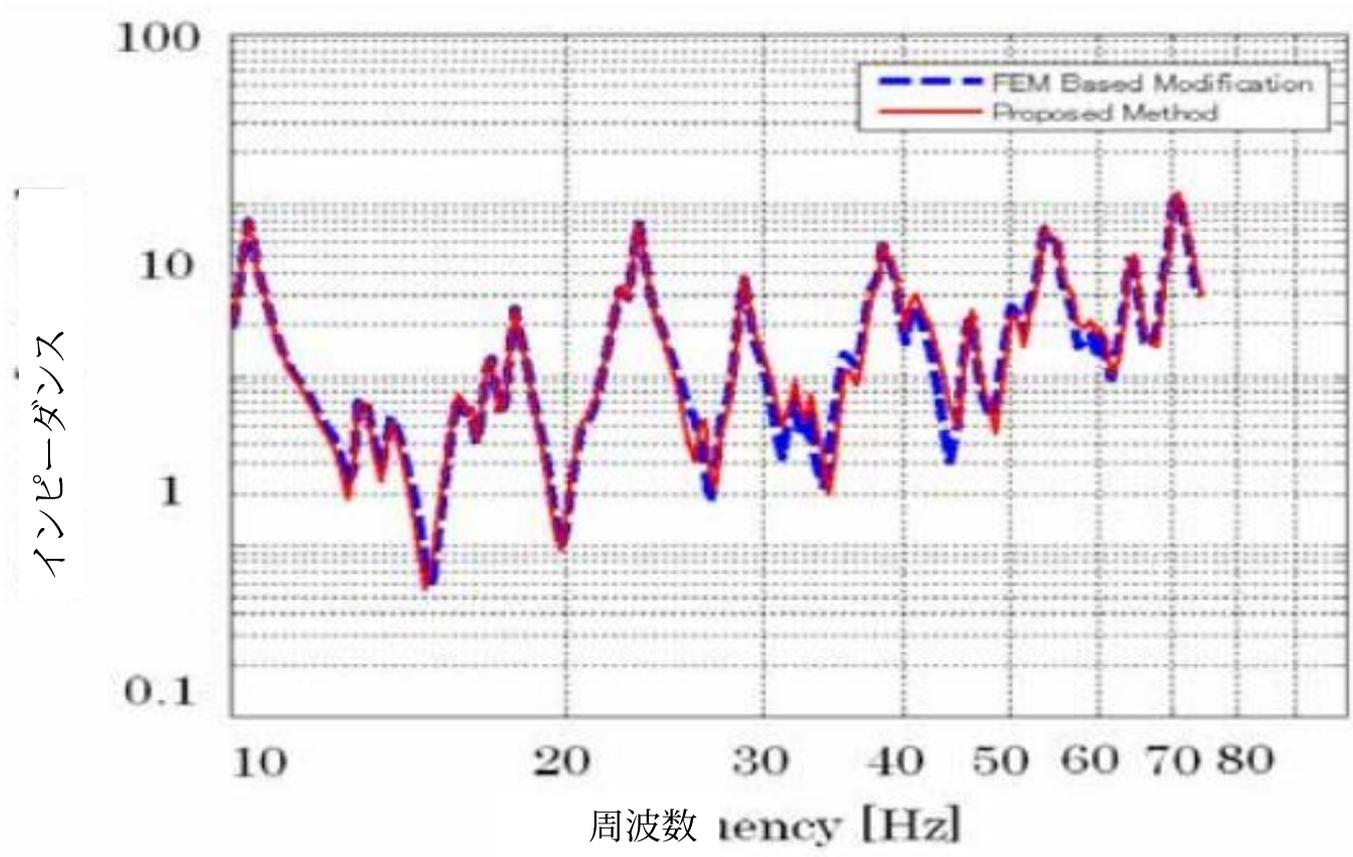


図6 ケース2の周波数応答解析結果

表1 ケース1の固有周波数解析結果

No.	FEM(Hz)	CPM(Hz)	Diff(%)	MAC
1	21.152	21.208	0.265	1.00
2	21.658	21.667	0.038	1.00
3	22.593	22.593	0.000	1.00
4	25.216	25.220	0.013	1.00
5	26.670	26.677	0.027	1.00
6	27.543	27.543	0.002	1.00
7	28.334	28.336	0.006	1.00
8	29.538	29.537	0.003	1.00
9	31.283	31.283	0.001	1.00
10	32.643	32.641	0.007	1.00

表 2 ケース2の固有周波数解析結果

No.	FEM(Hz)	CPM(Hz)	Diff.(%)	MAC
1	20.78	20.77	0.05	1.00
2	22.45	22.44	0.05	1.00
3	23.17	23.16	0.05	1.00
4	24.26	24.25	0.05	1.00
5	27.75	27.74	0.05	1.00
6	28.09	28.08	0.05	1.00
7	28.83	28.75	0.28	1.00
8	29.84	29.82	0.05	1.00
9	31.81	31.79	0.05	1.00
10	32.49	32.47	0.05	1.00

# ① 振動騒音に関する和文論文(1/4)

- (1) 萩原、藤原、永淵、構造物の振動特性向上のための最適化解析(第1報 新しい固有モード感度解析手法の提案と異なる解析手法の比較)、日本機械学会論文集(C編)、52巻482号(1986-10月)、pp.2607-2616.
- (2) 萩原、津田、藤原、中村、静的及び固有モード感度解析を用いた車体構造の最適化解析、自動車技術会論文集、No.35(1987)、pp.81-87.
- (3) 萩原、矢追、感度解析を用いた構造物の振動放射音低減手法の開発、日本機械学会論文集(C編)、52巻487号(1987-3月)pp.626-633.
- (4) 萩原、永淵、構造物の周波数応答特性向上のための感度解析(第1報 新しい固有モード感度解析手法の提案と異なる解析手法の比較)、日本機械学会論文集(C編)、53巻497号(1988-1月)pp.124-134.
- (5) 萩原、矢追、感度解析を用いた構造物の振動放射音低減手法の開発、(第2報観測点騒音及び音響の定量的低減手法の開発)、日本機械学会論文集(C編)、54巻500号(1988-4月)、pp.858-865.
- (6) 萩原、永淵、感度解析を用いた構造物の同定解析法の検討、日本機械学会論文集(C編)、54巻505号(1988-9月)、pp.2092-2100.
- (7) 萩原、荒井、永淵、感度解析を用いた構造物の同定解析法の検討(第2報 周波数応答特性の同定)、日本機械学会論文集(C編)54巻505号(1988-10月)、pp.2101-2106. Industry (1988-10月).
- (8) 三浦、桜井、萩原、矢追、シリンダ・ブロックの放射音解析、自動車技会論文集、No.40(1989)、pp.143-151.
- (9) 萩原、馬、荒井、永淵、構造一音場連成系の固有モード感度解析手法の開発、日本機械学会論文集(C編)、56巻527号(1990-7月)、pp.1704-1711.

# ① 振動騒音に関する和文論文(2/4)

- (10) 萩原、馬、構造一音場連成系の固有モード及び周波数応答感度解析手法の開発、日本機械学会論文集(C編)、57巻534号(1991-2月).pp420 -425.
- (11) 萩原、馬、構造一音場連成系の直接周波数応答感度解析手法の開発、日本機械学会論文集(C編)、57巻535号(1991-3月),pp.762- 767.
- (12) 馬、萩原、高次と低次のモードの省略可能な新しいモード合成技術の開発、第一報:ダンピング系の周波数応答解析、日本機械学会論文集(C編)、57巻 536号(1991-4月)、pp.1148-1155.
- (13) 馬、萩原、構造一音場連成系のモーダル周波数応答感度解析手法の開発、日本機械学会論文集(C編)、57巻536号(1991-4月), pp.1156-1163.
- (14) 萩原、馬、高次と低次のモードの省略可能な新しいモード合成技術の開発、第二報:固有モード感度解析への適用、日本機械学会論文集(C編)、57巻539号(1991-7月)、pp2198-2204.
- (15) 馬、萩原、高次と低次のモードの省略可能な新しいモード合成技術の開発(第3報、縮重固有値を持つ系の感度解析への適用)、日本機械学会論文集(C編)、57巻539号(1991-8月)、pp.2599-2605.
- (16) 依知川、萩原、馬、高次と低次のモードの省略可能な新しいモード合成技術の開発、第4報:時刻歴応答問題への適用、日本機械学会文集(C編)、58巻545号(1992-1月)、pp.92-98.
- (17) 小机、萩原、馬、高次と低次のモードの省略可能な新しいモード合成技術の開発、第5報、新手法の車両モデルでの精度確認と車室内騒音低減設計時の利用方法の検討、日本機械学会論文(C編)、58巻546号(1992-2月)、pp.643-648.
- (18) 依知川、萩原、馬、高次と低次のモードの省略可能なモード合成法に基づく部分構造合成法の開発(第1報:振動時刻歴応答問題への適用)、日本機械学会論文集(C編)、58巻555号(1992-11月)、pp.3203-3207.

# ① 振動騒音に関する和文論文(3/4)

- (19) 小机、萩原、音圧レベル積分感度を用いた車室内騒音低減解析、日本機械学会論文(C編),59巻568号(1993-12月)、pp.3845-3851.
- (20) 依知川、萩原、大規模高周波振動応答問題のための部分構造合成法とこれに基づく減衰系の周波数応答解析、日本機械学会論文集(C編)、60巻569号(1994-1月)、pp10-15.
- (21) 小机、萩原、馬、新しいモーダル周波数応答解析技術の開発、日本応用数理学会論文集、Vol.4,No.2(1994-6月),pp.141-164.
- (22) 小机、萩原、均質化法と積分感度を用いた車室内騒音低減位相最適化解析、日本機械学会論文集(C編),61巻586号(1995-7月)、pp.2746-2752.
- (23) 依知川、萩原、大規模構造一音場連成問題のための部分構造合成法の開発、日本機械学会論文集(C編),61巻586号(1995-7月)、pp.2718-2724.
- (24) 萩原、テネック、複合材積層板の複数の固有振動数を制御する位相最適化手法の開発、日本機械学会論文集(C編),61巻586号(1995-7月)、pp.2675-2682.
- (25) Deng-Li, 加古孝、萩原一郎、構造・音場固有ペアから連成固有ペアを誘導する手法の開発(第1報、有限摂動展開法からの誘導)、日本機械学会論文集(C編)、63巻614号(1997-10)、pp.3446-3453.
- (26) 小金井玲子, 安藤成将, 施勤忠, 萩原一郎、人工衛星打ち上げ時の音響振動解析、日本機械学会論文集C編71巻708号(2005/8), pp.2485-2491.
- (27) 山崎賢二、萩原一郎、構造変更時の動特性予測精度向上のための補正付き摂動法の提案、日本機械学会論文集C編、72巻720号(2006-8),pp.2492-2499.
- (28) 山崎賢二、萩原一郎、構造変更時の動特性予測精度向上のための補正付き摂動法の提案(第2報、実用モデルへの適用)、日本機械学会論文集,073巻731号C編(2007-5),pp.1940-1947.

# ① 振動騒音に関する和文論文(4/4)

- (29) 寺根哲平、萩原一郎、補正付き摂動法の高効率化に関する研究、日本機械学会論文集(C編)Vol.74巻739号(2008-3),pp.542-547.
- (30) 望月隆史、萩原一郎、モーダル差分構造法と従来手法の比較、日本機械学会論文集076巻753号C編(2010-3),pp.525-532.
- (31) 田中 聡, 斎藤 一哉, 森村浩明, 萩原 一郎、トラスコアパネルの振動特性に関する研究、日本機械学会論文集C編、76巻765号(2010-5,pp.1050-1055.
- (32) 望月隆史、萩原一郎、モーダル差分構造法とGuyanの静縮約による区分モード合成法の一般化、日本機械学会論文集076巻768号C編, (2010-8),pp.2024-2031.
- (33) 望月 隆史, 萩原 一郎、モーダル差分構造法における特異性に関する考察、日本機械学会論文集C編Vol. 77 (2011) , No. 774, (2011-2),pp. 246-256.
- (34) 趙希祿, 寺根哲平, 申鉉眞, 萩原 一郎、補正付き摂動法を用いた構造振動特性の高効率応答曲面法最適化、日本機械学会論文集C編Vol. 77, No. 776, (2011-4)pp. 246-256.

## ② 振動騒音に関する英文論文(1/4)

- (1) H.Yashiro, K.Suzuki, Y.Kajio, I.Hagiwara and A.Arai, An Application of Structural-Acoustic to Car Body Structure、SAE1985 Transactions Section 4(1985), pp.777-784
- (2) T.Fujiwara, I.Hagiwara, M.Tsuda and K.Nagabuchi, Optimum Analysis for Vehicle Vibration Mode Control SAE 1986 Transactions Section 4(1986), pp.179-187.
- (3) I.Hagiwara, K.Nagabuchi and A.Arai, Study of Structure identification Method using Sensitivity Analysis, JSME International Journal Series III, Vol.32, No.2(1989-6月),pp.223-232.
- (4) I. Hagiwara, Advanced Structural Analysis Techniques for Improving Automobile Crashworthiness and Noise & Vibration Characteristic, The 40th Proceedings of Theoretical and Applied Mechanics (1991-6月),pp11-20.
- (5) Z.D.Ma and I.Hagiwara, Improved Mode-Superposition Technique for Modal Frequency Response Analysis of Coupled Acoustic-Structural Systems ,AIAA Journal,Volume 29 , Number 10 (1991-10月),pp.1720-1726.
- (6) Z.D.Ma and I.Hagiwara, Sensitivity Analysis Methods for Coupled Acoustic-Structural Systems Part I :Modal Sensitivities, AIAA Journal,Volume 29 , Number 11 (1991-11月),pp.1787-1795.
- (7) Z.D.Ma and I.Hagiwara, Sensitivity Analysis Methods for Coupled Acoustic-Structural Systems Part II : Direct Frequency Response and its Sensitivities, AIAA Journal,Volume 29 , Number 11 (1991-11月),pp.1796-1801.
- (8) Z.D.Ma and I.Hagiwara,Sensitivity Calculation Methods for Conducting Modal Frequency Response Analysis of Coupled Acoustic-Structural Systems, JSME International Journal Series III, Vol.35, No.1(1992-3月),pp.14-21.

## ② 振動騒音に関する英文論文(2/4)

- (9) I.Hagiwara and Z.D.Ma ,A. Arai and K. Nagabuchi, Reduction of Vehicle Interior Noise Using Structural-Acoustic Sensitivity Analysis Methods ,1991 SAE 910208 Transaction Section 6(1992-4月) , pp.267-276.
- (10) I.Hagiwara and Z.D. Ma,Development of Eigenmode and Frequency Response Sensitivity Analysis Methods for Coupled Acoustic-Structural Systems, JSME International Journal Series III, Vol.35,No.2(1992-6月),pp.229-235.
- (11) I.Hagiwara and Z.D. Ma, A. Arai and K. Nagabuchi, Reducing Noise by Structural-Acoustic Sensitivity Analysis, Automotive TechnologyInternational '92(1992-7月) ,pp.339-342.
- (12) I. Hagiwara, W.Kozukue and Y.Kitagawa,Advanced Sensitivity Analysis Techniques for Improving Automobile Noise & Vibration and Crashworthiness Characteristics,Design-Sensitivity Analysis,ATLANTA TECHNOLOGYPUBLICATIONS, M.Kleiber and T.Hisada ed.(1993-7月).
- (13) I.Hagiwara, K.Nagabuchi and A.Arai, Study of Structure Identification Method using Sensitivity Analysis for Vibration,Finite Elements in Analysis and Design Elsevier,Vol.14,No.2&3(1993-10月), pp.111-126.
- (14) Z.D. Ma and I.Hagiwara,Development of New Mode-superposition technique for Modal Frequency Response Analysis of Coupled Acoustic-StructuralSystems, Finite Elements in Analysis and Design Elsevier,Vol.14, No.2&3 (1993-10月),pp.209-223.
- (15) C.M. Pal and I.Hagiwara,Development of Eigenmode Sensitivity Analysis Methods for Coupled Acoustic-Structural Systems and Its Application toVehicle Interior Noise Problems ,Finite Elements in Analysis and Design Elsevier,Vol.14, No.2&3(1993-10月),pp.225-234.

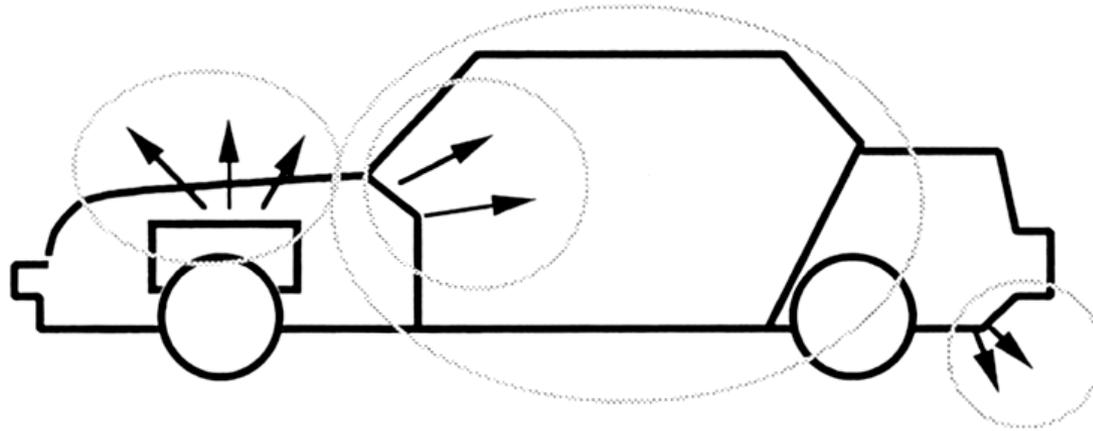
## ② 振動騒音に関する英文論文(3/4)

- (16) I.Hagiwara,W.Kozukue and Z.D.Ma,Development of Eigenmode Sensitivity Analysis Methods for Coupled Acoustic-Structural Systems and Its Application to Reduction of Vehicle Interior Noise, Finite Elements in Analysis and Design, Elsevier,Vol.14, No.2&3 (1993-10月),pp.235-248.
- (17) C. M. Pal, I. Hagiwara, N.Kayaba, and S. Morishita, Dynamic System Identification by Neural Network:A New Fast Learning Method Based on Error Back Propagation, Journal of INTELLIGENT MATERIAL SYSTEMS and STRUCTURES,Vol.5,No.1(1994-1月),pp.127-135.
- (18) Z.D. Ma and I.Hagiwara, Development of a New Mode-Superposition Technique for Truncating- Lower and /or Higher-Frequency Modes(Application of Eigenmode Sensitivity Analysis Method for Systems with Repeated Eigenvalues) , JSME International Journal Series C ,Vol.37,No.1(1994-3月),pp.7-13.
- (19) I. Hagiwara and Z.D. Ma, Development of a New Mode-Superposition Technique for Truncating Lower- and / or Higher-Frequency Modes ( Application for Eigenmode Sensitivity Analysis ) JSME International Journal Series C, Vol.37,No.1 (1994-3月),pp.14-20.
- (20) C. M. Pal and I. Hagiwara , Optimization of Noise Level Reduction by Truncated Modal Coupled Structural-Acoustic Sensitivity Analysis ,JSME International Journal Series C, Vol.37,No.2 (1994-6月)pp.246-251.
- (21) W.Kozukue , and I. Hagiwara, Development of Sound Pressure Level Integral Sensitivity and Its Application to Vehicle Interior Noise Reduction, Engineering Computations,Vol.13,No.5(1996),pp.91-107.
- (22) C.Pal, N.Kayaba, S.Morishita and I. Hagiwara, Dynamic System Identification by Neural Network (A New Fast Learning Method Based on Error Back Propagation), JSME International Journal, Vol.38, No.4(1995-12月)

## ② 振動騒音に関する英文論文(4/4)

- (23) T. Ichikawa and I. Hagiwara, Frequency Response Analysis of Large-Scale Damped Structures using Component Mode Synthesis, JSME International Journal Series III, Vol.39, No.3(1996-9月), pp.450-455.
- (24) Deng Li, C.C.Douglas, Takashi Kako, Suzuki Masabumi, Hagiwara Ichiro, A Novel Perturbation Expansion Method for Coupled System of Acoustics and Structure, Computers & Mathematics with Applications (2006), pp.1689-1704
- (25) Kenji YAMAZAKI and Ichiro HAGIWARA, Proposal of New Perturbation Method with Complementary Term for Dynamic Characteristics Prediction of Modified Structure, Journal of Computational Science and Technology, Vol. 2 (2008) No. 1 pp.173-184
- (26) T.Mochizuki, I.Hagiwara, A Comparison between Modal Differential Sub-structure Method and Conventional Component Modal Synthesis Methods, Journal of System Design and Dynamics, Vol5, No.2 (2011) pp.320-331.
- (27) Xilu ZHAO, Teppei TERANE, Hyunjin SHIN, Ichiro HAGIWARA, High Efficiency of Optimization of Response Surface Method for Structure Dynamic Characteristics by Using Perturbation Method with Complementary Term, Journal of System Design and Dynamics Vol. 6 (2012) No. 2, pp.158-169.

- 車室内騒音：商品性に深く関係
- 設計段階で騒音レベルの解析に  
FEM, BEM
- 適切な構造を得るには、感度解析や最適化解析



車室内騒音解析の位置づけ

(1) モード変位法(19世紀から使用)

$$u = \sum_{i=1}^n \phi_i q_i$$



精度良くない

(2) モード加速度法(Williams, 1945)

$$u = K^{-1} f - \sum_{i=1}^n \phi_i \left( \frac{2\xi_i}{\omega_i} \dot{q}_i + \frac{1}{\omega_i^2} \ddot{q}_i \right)$$



精度は改良,  
低周波モードは省略不可

(3) ハンステーン法(Hansteen, 1979)

$$u = \sum_{i=1}^n \phi_i q_i + K^{-1} \left( I - \sum_{i=1}^n M \phi_i \phi_i^T \right) f$$



モード加速度法と等価

(4) 区分モード合成法(MSC/NASTRAN)

$$u = Gu^J + \sum_{i=1}^n \psi_i q_i \quad G = \begin{bmatrix} -K_{II}^{-1}K_{IJ} \\ I \end{bmatrix}, \psi_i = \begin{Bmatrix} \phi_i^I + K_{II}^{-1}K_{IJ}\phi_i^J \\ 0 \end{Bmatrix}$$



モード加速度法から  
誘導

従来のモード合成法と発生技術

# モード変位法

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = f$$

$$K = \begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sa} \\ 0 & K_{aa} \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} M_{ss} & 0 \\ M_{as} & M_{aa} \end{bmatrix}$$

$$u = \begin{Bmatrix} u_s \\ u_a \end{Bmatrix}, \quad f = \begin{Bmatrix} f_s \\ f_a \end{Bmatrix}, \quad K_{sa} = -M_{as}^T$$

$$u = \sum_{i=1}^n \phi_i q_i, \quad m_i \ddot{q}_i + c_i \dot{q}_i + k_i q_i = f_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$m_i = \bar{\phi}_i^T M \phi_i, \quad c_i = \bar{\phi}_i^T C \phi_i, \quad k_i = \bar{\phi}_i^T K \phi_i, \quad f_i = \bar{\phi}_i^T f$$

周波数応答解析の場合には、 $f = F e^{j\Omega t}$  と  $u = U e^{j\Omega t}$  とすれば

$$U = \sum_{i=1}^n \phi_i Q_i, \quad \text{and} \quad Q_i = \frac{\bar{\phi}_i^T F}{m_i(\omega_i^2 + 2j\xi_i\omega_i\Omega - \Omega^2)}$$

# モード加速度法

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = f$$

$u = K^{-1}(f - C\dot{u} - M\ddot{u})$  右辺の  $u$  を  $\bar{u} = \sum_{i=1}^n \phi_i q_i$  とする。

$K^{-1}M\phi_i = \frac{1}{\omega_i^2}\phi_i$  ,  $K^{-1}C\phi_i = \frac{2\xi_i}{\omega_i}\phi_i$  を利用すれば、

$$u = K^{-1}f - \sum_{i=1}^n \frac{2\xi_i}{\omega_i}\phi_i \dot{q}_i - \sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_i^2}\phi_i \ddot{q}_i$$

周波数領域では、

$$U = K^{-1}F + \sum_{i=1}^n \frac{\Omega^2 - 2j\xi_i\omega_i\Omega}{\omega_i^2}\phi_i Q_i$$

# 誤差解析

$i$  次モードが無視された場合、モード変位法の誤差を  $e_i^* = |\phi_i Q_i|$  とすれば、

$$e_i^a = \frac{\sqrt{\Omega^4 + 4\xi_i^2 \omega_i^2 \Omega^2}}{\omega_i^2} e_i^*$$

$$\omega_i > \sqrt{2\xi_i^2 + \sqrt{1 + 4\xi_i^4}} \Omega$$

であれば、モード加速度法の誤差はモード変位法の誤差より小

しかし、もし省略されたモードが入力周波数より低次であれば、モード加速度法の誤差はモード変位法の誤差より大

# Hansteen 法(1/2)

Hansteenらは、負荷の周波数が低い場合には、高次モードの影響はある静力学的な解析によって近似的に求めることができると指摘

$$u = \bar{u} + u_h \quad \bar{u} = \sum_{i=1}^n \phi_i q_i$$
$$f = \left( \sum_{i=1}^n + \sum_{i=n+1}^N \right) M \phi_i \bar{\phi}_i^T f = \bar{f} + f_h$$

$$\bar{f} = \sum_{i=1}^n M \phi_i \bar{\phi}_i^T f, \quad f_h = f - \bar{f}$$

$$f_h = \left( I - \sum_{i=1}^n M \phi_i \bar{\phi}_i^T \right) f \quad K u_h = f_h$$

$$u_h = K^{-1} \left( I - \sum_{i=1}^n M \phi_i \bar{\phi}_i^T \right) f$$

## Hansteen 法 (2/2)

$$u_h = K^{-1}f - \sum_{i=1}^n \phi_i q_i^h \quad q_i^h = \frac{1}{\omega_i^2} \bar{\phi}_i^T f$$

また、モード方程式  $\ddot{q}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = \bar{\phi}_i^T f$  によって

$$q_i^h = \frac{1}{\omega_i^2} \bar{\phi}_i^T f = \frac{1}{\omega_i^2} \ddot{q}_i + \frac{2\xi_i}{\omega_i} \dot{q}_i + q_i$$

$$\begin{aligned} u &= K^{-1}f + \sum_{i=1}^n \phi_i (q_i - q_i^h) \\ &= K^{-1}f - \sum_{i=1}^n \frac{2\xi_i}{\omega_i} \phi_i \dot{q}_i - \sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_i^2} \phi_i \ddot{q}_i \end{aligned}$$

これから、Hansteenらの方法は、モード加速度法と等価である。

# 馬一萩原のモード合成法

$$U = \sum_{i=m}^n \phi_i Q_i + U_r \quad (1)$$

ここに、 $U_r$  は省略されたモード  $\phi_i$  ( $i = 1, \dots, m-1, n+1, \dots, N$ ) の影響を表す周波数応答の剰余成分で、

$$U_r = \left( \sum_{i=1}^{m-1} + \sum_{i=n+1}^N \right) \phi_i Q_i$$

$$Q_i = \frac{\bar{\phi}_i^T F}{\omega_i^2 + 2j\xi_i \omega_i \Omega - \Omega^2} \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

$\Omega = \omega_c$  の点で、テーラー展開すると、

$$Q_i = \frac{\bar{\phi}_i^T F}{\omega_i^2 + 2j\xi_i\omega_i\omega_c - \omega_c^2} (1 + z_i + z_i^2 + \dots)$$

$$\approx \frac{\bar{\phi}_i^T F}{\omega_i^2 + 2j\xi_i\omega_i\omega_c - \omega_c^2}$$

$$z_i = \frac{\Omega^2 - \omega_c^2 - 2j\xi_i\omega_i(\Omega - \omega_c)}{\omega_i^2 + 2j\xi_i\omega_i\omega_c - \omega_c^2}$$

$|z_i| < 1$  が上式の収束条件である。

$$U_r = \left( \sum_{i=1}^{m-1} + \sum_{i=n+1}^N \right) \phi_i Q_i$$

$$U_r \approx GF = U_r' \quad (2)$$

$$G = \left( \sum_{i=1}^{m-1} + \sum_{i=n+1}^N \right) \frac{\phi_i \bar{\phi}_i^T}{\omega_i^2 + 2j\xi_i\omega_i\omega_c - \omega_c^2}$$

$$(K + j\omega_c C - \omega_c^2 M)^{-1} = \sum_{i=1}^N \frac{\phi_i \bar{\phi}_i^T}{\omega_i^2 + 2j\xi_i \omega_i \omega_c - \omega_c^2} \quad U_r \approx GF = U_r' \quad (2)$$

$$G = (K + j\omega_c C - \omega_c^2 M)^{-1} - \sum_{i=m}^n \frac{\phi_i \bar{\phi}_i^T}{\omega_i^2 + 2j\xi_i \omega_i \omega_c - \omega_c^2} \quad (3)$$

式(3)を式(2)に代入し、その結果を式(1)に代入すれば  $U = \sum_{i=m}^n \phi_i Q_i + U_r$  (1)

ここに、  $U = (K + j\omega_c C - \omega_c^2 M)^{-1} F + \sum_{i=m}^n \phi_i Q_i^d$

$$Q_i^d = Q_i - \frac{\bar{\phi}_i^T F}{\omega_i^2 + 2j\xi_i \omega_i \omega_c - \omega_c^2} = z_i Q_i$$

$$U = U_s + U_d \quad (K + j\omega_c C - \omega_c^2 M)U_s = F$$

$$U_d = \sum_{i=m}^n \phi_i Q_i^d = \sum_{i=m}^n z_i \phi_i Q_i$$

$U_s$ は準静力学的な応答  
 $U_d$ は補足の動力学的応答

## 誤差解析(1/2)

$i$  次モードが無視された場合、モード変位法の誤差を  $e_i^* = |\phi_i Q_i|$  とすれば、

$$e_i = |z_i| e_i^*$$

もし収束条件が満たされれば、誤差はモード変位法の誤差より小  
収束条件式から、

$$\left| \frac{\Omega^2 - \omega_c^2}{\omega_i^2 - \omega_c^2} \right| < 1 \quad \text{or} \quad \left| \frac{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega_c}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega_i}{\omega_c}\right)^2} \right| < 1 \quad (\text{for } \omega_c \neq 0)$$

収束領域は、 $x = \Omega/\omega_c$ ,  $y = \omega_i/\omega_c$  とすれば、

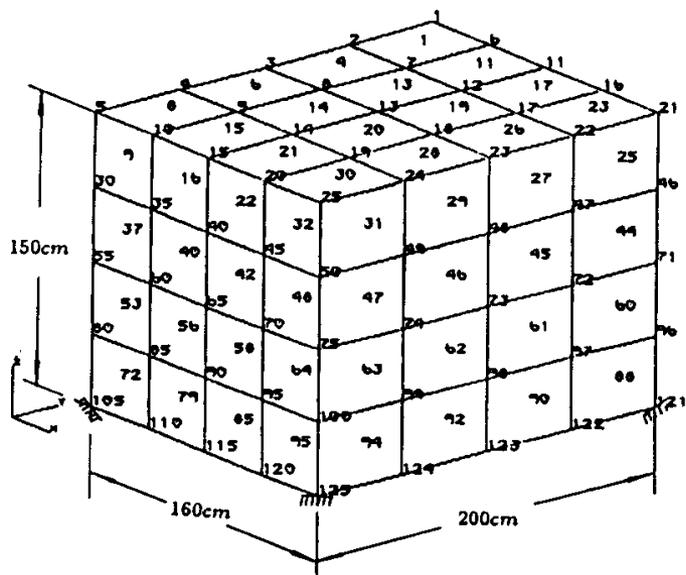
$$y > \sqrt{2 - x^2} \quad (\text{for } 0 \leq x \leq 1), \quad y > x \quad (\text{for } 1 \leq x);$$

$$y < x \quad (\text{for } 0 \leq x \leq 1), \quad y < \sqrt{2 - x^2} \quad (\text{for } 1 \leq x \leq \sqrt{2})$$

## 誤差解析(2/2)

$$\omega_c = \sqrt{\frac{1}{2}(\omega_b^2 + \omega_a^2)} \quad \text{とすれば、}$$

$[\omega_a, \omega_b]$  以外の全ての  $\omega$ ,  $\Omega \in [\omega_a, \omega_b]$  全ての  $\Omega$  に対して、成立  
従って、周波数領域  $[\omega_a, \omega_b]$  以外のモードが無視された場合では、  
 $\Omega \in [\omega_a, \omega_b]$  の全ての入力周波数  $\Omega$  に対して、馬一萩原による誤差  
は、モード変位法による誤差より小さくなる。



# 馬一萩原法と従来の方法の比較／高次のモードを無視した場合

(a)  $\Omega = 17$  Hz

Modes n	Mode displacement	Mode acceleration	This paper $\omega_c = 10$ Hz	This paper $\omega_c = 15$ Hz
6	70.343	76.561	77.568	79.371
9	80.805	80.637	80.650	80.676
12	80.989	80.705	80.701	80.697
20	80.877	80.688	80.690	80.692
70	80.694	80.694	80.694	80.694

(b)  $\Omega = 20$  Hz

Modes n	Mode displacement	Mode acceleration	This paper $\omega_c = 10$ Hz	This paper $\omega_c = 15$ Hz
6	63.235	73.790	75.147	77.458
9	83.344	83.219	83.229	83.248
12	83.520	83.309	83.306	83.302
20	83.430	83.290	83.291	83.293
70	83.297	83.297	83.297	83.297

# 馬一萩原法と従来の方法の比較／高次と低次のモード両方を無視した場合

(a)  $\Omega = 82 \text{ Hz}$

Modes m-n	Mode displacement	Mode acceleration	This paper $\omega_c = 80 \text{ Hz}$	This paper $\omega_c = 85 \text{ Hz}$
30-36	75.030	72.921	76.022	76.051
28-36	75.035	72.931	76.021	76.052
20-36	75.116	73.382	76.028	76.048
1-36	75.481	75.781	76.011	76.072
1-70	76.033	76.033	76.033	76.033

(b)  $\Omega = 86 \text{ Hz}$

Modes m-n	Mode displacement	Mode acceleration	This paper $\omega_c = 80 \text{ Hz}$	This paper $\omega_c = 85 \text{ Hz}$
30-36	88.617	88.216	88.834	88.840
28-36	88.617	88.217	88.833	88.840
20-36	88.635	88.297	88.836	88.840
1-36	88.706	88.773	88.825	88.839
1-70	88.842	88.842	88.842	88.842

ステップ 1: 式(1)を構造系、音場系のモーダル座標系に変換して式(2)を得る。

$$\begin{bmatrix} M_s & 0 \\ M_{as} & M_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_s \\ \ddot{u}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sa} \\ 0 & K_{aa} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s \\ u_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_s \\ F_a \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ m_{as} & m_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\zeta}_s \\ \ddot{\zeta}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_s & m_{as}^T \\ 0 & k_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \zeta_s \\ \zeta_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_s \\ f_a \end{Bmatrix} \quad (2)$$

M: 質量行列, K: 剛性行列,  
a: 音場系の添え字

s: 構造系の添え字  
 $\ddot{\cdot}$ : 時間の2階微分

$$u_s = \Phi_s \zeta_s, u_a = \Phi_a \zeta_a$$

$$m_s = \Phi_s^T M_{ss} \Phi_s, m_a = \Phi_a^T M_{aa} \Phi_a, m_{as} = \Phi_a^T M_{as} \Phi_s,$$

$$k_s = \Phi_s^T K_{ss} \Phi_s, k_a = \Phi_a^T K_{aa} \Phi_a$$

構造—音場システム系の先行研究

ステップ 2:  $f_a=0$ として, 設計変数を2倍し 座標変換して式(3)を得る。

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\zeta}_s \\ \ddot{\zeta}_a \\ \ddot{\eta} \\ \ddot{\lambda} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_s & 0 & 0 & m_a^{-1} \\ 0 & m_a^{-1} & -m_a^{-1} & -I \\ 0 & -m_a^{-1} & m_a^{-1} & 0 \\ m_a^{-1} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \zeta_s \\ \zeta_a \\ \eta \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

where  $\zeta = m_{as} \xi_s$ ,  $\lambda = -\xi_a$ ,  $m_a^{-1} \eta = m_a^{-1} \xi - \lambda$  (3)

STEP 3: モーダル解析の実行

$$\{\xi_s^T, \xi_a^T, \eta^T, \lambda^T\}^T = \sum_{i=1}^n \psi_i P_i \Rightarrow m_i \ddot{p}_i + k_i p_i = f_i \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

Fig. 1-2 The former analysis method for coupled structural-acoustic system

### 命題 1: 左右の固有値は実数

命題 2: 左固有ベクトル  $\bar{\phi}$  は、  
右固有ベクトル  $\phi$  から得られる。

$$\bar{\phi}_i^T = \left\{ \phi_{si}^T, \frac{1}{\lambda_i} \phi_{ai}^T \right\} \text{ (for } \lambda_i \neq 0 \text{)} \quad \phi_i^T = \left\{ \phi_{si}^T, \phi_{ai}^T \right\}$$

ここに

$\lambda_i$ : 1 番め固有値,  
s: 構造系の添え字,  
a: 音場系の添え字

### 命題 3: 連成系の直交条件

$$\phi_{si}^T K_{ss} \phi_{sj} + \phi_{si}^T K_{sa} \phi_{aj} + \frac{1}{\lambda_i} \phi_{ai}^T K_{aa} \phi_{aj} = 0, \quad \phi_{si}^T M_{ss} \phi_{sj} + \frac{1}{\lambda_i} (\phi_{ai}^T M_{as} \phi_{sj} + \phi_{ai}^T M_{aa} \phi_{aj}) = 0 \text{ (for } i \neq j \text{)}$$

### 命題 4: 右固有ベクトル $\phi_i$ の質量行列による正規化条件

$$\phi_{si}^T M_{ss} \phi_{si} + \frac{1}{\lambda_i} (\phi_{ai}^T M_{as} \phi_{si} + \phi_{ai}^T M_{aa} \phi_{ai}) = 1$$

構造—音場連成系の4つの命題

## 命題2の証明(1/2)

- 固有値  $\lambda_i$  が零でない場合：

$$\bar{\phi}_i^T = \alpha \left[ \phi_{si}^T, \frac{1}{\lambda_i} \phi_{ai}^T \right] \dots\dots\dots$$

- 固有値  $\lambda_i$  が零である場合：

$$\bar{\phi}_i^T = \alpha \{0, \phi_{ai}^T\} \quad (\text{for } \phi_{ai} \neq 0)$$

$$\bar{\phi}_i^T = \alpha \{ \phi_{si}^T, (K_{aa}^{-1} M_{as} \phi_{si})^T \} \quad (\text{for } \phi_{ai} = 0)$$

$$\bar{\phi}^T (K - \lambda M) = 0$$

$$\phi_{si}^T (K_{ss} - \lambda_i M_{ss}) - \phi_{ai}^T M_{as} = 0$$

$$\phi_{ai}^T (K_{aa} - \lambda_i M_{aa}) + \lambda_i \phi_{si}^T K_{sa} = 0$$

## 命題2の証明(2/2)

転置して、 $K_{ss}$ ,  $M_{ss}$ ,  $K_{aa}$ ,  $M_{aa}$  の対称性と、

$$K_{sa} = -M_{as}^T \quad \text{から}$$

$$(K_{ss} - \lambda_i M_{ss})\phi_{si} + K_{sa}\phi_{ai} = 0$$

$$(K_{aa} - \lambda_i M_{aa})\phi_{ai} - \lambda_i M_{as}\phi_{si} = 0$$

$$\phi_{si}^T(K_{ss} - \lambda_i M_{ss}) - \phi_{ai}^T M_{as} = 0$$

$$\phi_{ai}^T(K_{aa} - \lambda_i M_{aa}) + \lambda_i \phi_{si}^T K_{sa} = 0$$

これは、 $(K - \lambda M)\phi = 0$  の展開式に一致

従って、

$$\bar{\phi}_i^T = \alpha \left[ \phi_{si}^T, \frac{1}{\lambda_i} \phi_{ai}^T \right] \quad \text{が成立する。}$$

# 固有値感度

$$(K - \lambda_j M)\phi_j = 0 \quad (1)$$

$$\phi_i^T K \phi_j = 0 \text{ and } \phi_i^T M \phi_j = 0 \quad (\text{for } i \neq j)$$

$$\phi_i^T M \phi_i = 1 \quad (2)$$

式(1)と(2)を設計変数で微分すると、

$$-\lambda_j' M \phi_j + (K - \lambda_j M)\phi_j' = -(K' - \lambda_j M')\phi_j$$

$$\phi_j^T M \phi_j' = -\frac{1}{2} \phi_j^T M' \phi_j$$

$\phi_j^T (K - \lambda_j M) = 0$  を利用すると、

$$\lambda_j' = E_{jj} \quad E_{jj} = \phi_j^T (K' - \lambda_j M') \phi_j$$

何故，固有モード感度が研究テーマとなったのか？

固有値方程式

$$(K - \lambda_i M) \phi_i = 0 \quad (1)$$

$K$  : 剛性マトリックス

$M$  : 質量マトリックス

$\lambda_i = i$  番目固有値

$\phi_i = i$  番目固有モード

式(1)を微分

$$(K' - \lambda_i' M - \lambda_i M') \phi_i + (K - \lambda_i M) \phi_i' = 0 \quad (2)$$

$\lambda_i'$  :  $i$  番目固有値感度  $\phi_i'$  :  $i$  番目固有モード感度

式(2)の第1項を  $A$  とすると

$$\phi_i' = (K - \lambda_i M)^{-1} (-A) \implies \phi_i' \text{ 求まらず}$$

式(2)の左から  $\phi_i^T$  を掛けると

$$\lambda_i' = \frac{\phi_i^T K' \phi_i}{\phi_i^T M' \phi_i} \quad (3)$$

$K'$  = 剛性感度

$M'$  = 質量感度

困った時には，モード合成法を思い出せ

# 固有モード感度／従来3つの方法が提案

$$A_j \phi'_j = b_j$$

$$A_j = K - \lambda_j M, \quad b_j = (\lambda'_j M - K' + \lambda_j M') \phi_j$$

従来3つの方法が提案

## 1 Fox らの方法

$$\phi'_j = \sum_{i=1}^n \phi_i C_{ij}^0 \quad C_{ij}^0 = \frac{-1}{\lambda_i - \lambda_j} E_{ij} \quad \text{for } i \neq j.$$

$$E_{ij} = \phi_i^T (K' - \lambda_j M') \phi_j$$

$$C_{ii}^0 = -\frac{1}{2} \phi_i^T M' \phi_i$$

## 2 Nelsonの方法

$$\bar{A}_j X_j^0 = \bar{b}_j$$

$\bar{A}_j$  は係数行列  $A_j$  の第  $k$  行と第  $k$  列

の全ての要素を零に置き換え、 $k$  番目の対角項を1にした行列で  $\bar{b}_j$  はから  $b_j$  の  $k$  番目の要素を零にしたベクトル。番号  $k$  は  $\phi_j$  の絶対値最大の成分の番号。

$\phi_j' = X_j^0 + C_j \phi_j$  とし、 $A_j \phi_j' = b_j$  に代入して、 $C_j$  を定める。

$$C_j = -\phi_j^T M X_j^0 - \frac{1}{2} \phi_j^T M' \phi_j \quad \text{厳密な感度を得られる。}$$

Nelson の方法はMSC/NASTRANなどに利用されている。  
多くの固有ベクトルの感度を求めるには非効率。

### 3 Wangの改善モーダル法

$$\phi'_j = X_j^1 + \sum_{i=1}^n \phi_i C_{ij}^1$$

$$C_{ij}^0 = \frac{-1}{\lambda_i - \lambda_j} E_{ij}$$

$$KX_j^1 = b_j$$

$$C_{ij}^1 = \frac{\lambda_j}{\lambda_i} \frac{1}{\lambda_j - \lambda_i} E_{ij} \quad (\text{for } i \neq j) \quad C_{ii}^1 = C_{ii}^0$$

### 萩原一馬のモード感度法

$$(K - \lambda_j M) \phi'_j = b_j$$

$$\phi'_j = X_j + \sum_{i=1}^n \phi_i C_{ij} \quad (K - \mu M) X_j = b_j$$

## 萩原一馬のモード感度法2

$$C_{ij} = \frac{\lambda_j - \mu}{\lambda_i - \mu} \frac{1}{\lambda_j - \lambda_i} E_{ij} \quad (\text{for } i \neq j)$$

式(2)を正規化条件式(1)に代入すれば、

$$C_{ii} = -\phi_i^T M X_i - \frac{1}{2} \phi_i^T M' \phi_i \quad \phi_j^T M \phi'_j = -\frac{1}{2} \phi_j^T M' \phi_j \quad (1)$$

一般の場合には、 $\phi_i^T M X_i = 0$

$$\phi'_j = X_j + \sum_{i=m}^n \phi_i C_{ij} \quad (2)$$

$\mu$  の値によって、従来の方法に退化。

①  $\mu \rightarrow -\infty \Rightarrow X_j \rightarrow 0$  &

$$C_{ij} = \frac{1}{\lambda_j - \lambda_i} E_{ij} = C_{ij}^0 \quad (\text{for } i \neq j)$$

Fox 法に退化

## 萩原一馬のモード感度法3

②  $\mu = \lambda_j$  ☛  $C_{ij}(i \neq j) = 0$

$$C_{ij} = \frac{\lambda_j - \mu}{\lambda_i - \mu} \frac{\phi_i^1 b_j}{\lambda_i - \lambda_j}$$

$$\bar{A}_j X_j^0 = \bar{b}_j$$

$\phi'_j = X_j + C_{ij}\phi_j = X_j^0 + C_j\phi_j$  ☛ Nelson の方法に退化

$$\phi'_j = X_j + \sum_{i=m}^n \phi_i C_{ij} \quad (K - \mu M) X_j = b_j \quad K X_j^1 = b_j$$

③  $\mu = 0$  ☛  $X_j$  は  $X_j^1$  となり,

$$C_{ij} = \frac{\lambda_j}{\lambda_i} \frac{1}{\lambda_j - \lambda_i} E_{ij} = C_{ij}^1 \quad (\text{for } i \neq j)$$

☛ Wang の改善モーダル法に退化

# 誤差解析

$j$  次の固有ベクトルの感度に対し  $i$  次モードが無視された場合、Fox 法の絶対誤差を  $e_{ij}^0 = \|\phi_i C_{ij}\|$  とすれば、萩原一馬法の絶対誤差は、

$$e_{ij} = \left| \frac{\lambda_j - \mu}{\lambda_i - \mu} \right| e_{ij}^0$$

もし収束条件、 $\left| \frac{\lambda_j - \mu}{\lambda_i - \mu} \right| < 1$  が満たされれば、Fox 法より小さい。

① 高次のモードが省略される場合 ( $\lambda_i > \lambda_j$ ):

$$-\infty < \mu < \frac{1}{2}(\lambda_i + \lambda_j)$$

② 低次のモードが省略される場合 ( $\lambda_i < \lambda_j$ ):

$$\frac{1}{2}(\lambda_i + \lambda_j) < \mu < +\infty$$

# 誤差解析 (Wang の改善モーダル法との比較)

$j$  次の固有ベクトルの感度に対し  $i$  次モードが無視された場合、Fox 法の絶対誤差を  $e_{ij}^0 = \|\phi_i C_{ij}\|$  とすれば、Wang の改善モーダル法の絶対誤差は、

$$e_{ij}^1 = (\lambda_j / \lambda_i) e_{ij}^0$$

もし  $\left| \frac{\lambda_j - \mu}{\lambda_i - \mu} \right| < \frac{\lambda_j}{\lambda_i}$  を満たせば、萩原一馬の誤差はWang より小

① 高次のモードが省略される場合 ( $\lambda_i > \lambda_j$ )

$$0 < \mu < \frac{2\lambda_i\lambda_j}{\lambda_i + \lambda_j}$$

② 低次のモードが省略される場合 ( $\lambda_i < \lambda_j$ ):

$$-\infty < \mu < \lambda_i \text{ or } \frac{2\lambda_i\lambda_j}{\lambda_i + \lambda_j} < \mu < +\infty$$

## 番号 $m$ と $n$ の決め方

$j$  次の固有ベクトルの感度の厳密解を  $\phi_j^*$  とすると、  
 $m$  次以下と  $n$  次以上のモードを省略したときの計算誤差は、

$$e_j = \|\phi_j^* - \phi_j\| / \|\phi_j^*\|$$

$$C_{ij} = \frac{\lambda_j - \mu}{\lambda_i - \mu} \frac{1}{\lambda_j - \lambda_i} E_{ij} \quad (\text{for } i \neq j)$$
$$C_{ij}^0 = \frac{-1}{\lambda_i - \lambda_j} E_{ij}$$

$$e_j = \left\| \sum_{i=1}^{m-1} \phi_i C_{ij} + \sum_{i=n+1}^N \phi_i C_{ij} \right\| / \|\phi_j^*\| \leq e_j^L + e_j^H$$

$$e_j^L = \left\| \sum_{i=1}^{m-1} \phi_i C_{ij} \right\| / \|\phi_j^*\|, \quad e_j^H = \left\| \sum_{i=n+1}^N \phi_i C_{ij} \right\| / \|\phi_j^*\|$$

$$e_j^H = \left\| \sum_{i=n+1}^N \frac{\lambda_j - \mu}{\lambda_i - \mu} C_{ij}^0 \phi_i \right\| / \|\phi_j^*\| \leq \left| \frac{\lambda_j - \mu}{\lambda_{n+1} - \mu} \right| \delta_j$$

$$\delta_j = \max \{ S_{n+1}^k; k = n+1, \dots, N \}$$

$$S_{n+1}^k = \left\| \sum_{i=n+1}^k \phi_i C_{ij}^0 \right\| / \|\phi_j^*\|$$

## 番号 $m$ と $n$ の決め方

$S_{n+1}^k$  :  $n+1$  次から  $k$  次までのモードを省略した時のFox らの方法の誤差

$$S_{n+1}^k < S_{n+1}^N \text{ (for } k = n+1, \dots, N)$$

$\delta_j = S_{n+1}^N$ , :  $n$ 次以上の高次モードを省略した時のFox の方法の誤差  
許容誤差を  $\delta_H$  とすると、式(1)から、

$$\lambda_{n+1} \geq \mu + \beta_H |\lambda_j - \mu| \quad (2) \quad \beta_H = \delta_i / \delta_H$$

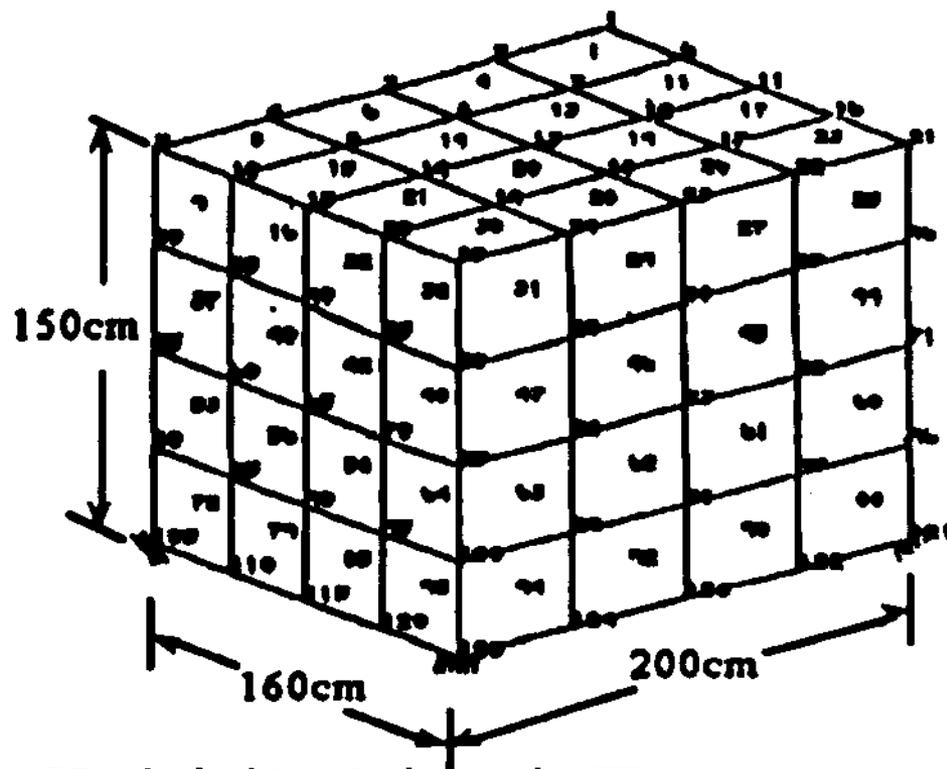
: Fox の方法の精度の倍率。例えば、一桁精度を上げたい  
場合:  $\beta_H = 10$

式(2)により解析に用いるモードの最大番号  $n$  が求められる。

同様に低次のモード省略については

$$\lambda_{m-1} \leq \mu - \beta_L |\lambda_j - \mu| \quad (3)$$

# 適用例



鋼板、板厚:0.4cm

節点数:98

シェル要素数:96

音場の節点数:125

ソリッド要素数:64

設計変数:上板の板厚

観測点1:上板の中心点の面外方向

観測点2:左側板の中心点の面外方向

構造一音場連成では、

構造系に53ヶ、音場系に17ヶのモーダル座標を使用

表1 高次モードの省略に関する  
一次固有ベクトル感度の精度比較 ( $f_1 = 8.6049 \text{ Hz}$ )

( Exact Solution = 10.401 )

観測点1の感度

m=1	F-Method	W-Method	New Method	New Method
n=	( $\mu = -\infty$ )	( $\mu = 0.0$ )	$\mu_f = 8.0\text{Hz}$	$\mu_f = 8.5\text{Hz}$
1	0.80335	3.6273	7.7105	9.7592
3	9.4602	10.263	10.378	10.397
6	9.9755	10.388	10.400	10.401
15	10.020	10.390	10.400	10.401
36	10.424	10.401	10.401	10.401
47	10.409	10.401	10.401	10.401

( Exact Solution = -0.36969 )

観測点2の感度

m=1	F-Method	W-Method	New Method	New Method
n=	( $\mu = -\infty$ )	( $\mu = 0.0$ )	$\mu_f = 8.0\text{Hz}$	$\mu_f = 8.5\text{Hz}$
1	0.17546	-0.23803	-0.34424	-0.36459
3	0.14771	-0.25931	-0.35279	-0.36664
6	-0.44838	-0.37093	-0.36987	-0.36972
15	-0.44653	-0.37086	-0.36985	-0.36972
36	-0.39899	-0.36982	-0.36971	-0.36970
47	-0.36700	-0.36969	-0.36969	-0.36969

# 表2 高次と低次モードの省略に関する 29次固有ベクトル感度の精度比較 ( $f_{29} = 77.734$ Hz)

( Exact Solution = -15.447 ) 観測点1の感度

n=53	F-Method	W-Method	New Method	New Method
m=	( $\mu = -\infty$ )	( $\mu = 0.0$ )	$\mu_f = 80\text{Hz}$	$\mu_f = 78\text{Hz}$
29	0.81901	15.399	-11.353	-14.834
27	-14.689	-3.2964	-15.349	-15.434
20	-15.216	-4.0473	-15.431	-15.445
9	-15.303	-4.3019	-15.438	-15.446
2	-15.371	-8.9655	-15.442	-15.446
1	-15.450	-15.447	-15.447	-15.447

( Exact Solution = 0.79797 ) 観測点2の感度

n=53	F-Method	W-Method	New Method	New Method
m=	( $\mu = -\infty$ )	( $\mu = 0.0$ )	$\mu_f = 80\text{Hz}$	$\mu_f = 78\text{Hz}$
29	-0.12418	0.80707	0.48459	0.74909
27	0.14977	2.7622	0.90246	0.81182
20	0.7664	1.6329	0.79814	0.79799
9	0.76478	1.6280	0.79800	0.79797
2	0.78295	2.2120	0.79805	0.79810
1	0.76560	0.79641	0.79807	0.79798

# 表3 構造一音場連成系の2次固有ベクトル感度

構造上節点40の y 座標感度

( Exact Solution = 0.4810 )

m=1	$\mu_f = -\infty$	$\mu_f = 0.0$	$\mu_f = 9.20\text{Hz}$	$\mu_f = 9.27\text{Hz}$
n=				
3	0.5474	0.5054	0.4817	0.4810
8	0.4729	0.4762	0.4810	0.4810
22	0.5117	0.4813	0.4810	0.4810
34	0.5014	0.4811	0.4810	0.4810
70	0.4810	0.4810	0.4810	0.4810

音場上節点32の感度

( Exact Solution =  $9.208 E - 7$  )

m=1	$\mu_f = -\infty$	$\mu_f = 0.0$	$\mu_f = 9.20\text{Hz}$	$\mu_f = 9.27\text{Hz}$
n=				
3	2.216E-7	8.037E-7	9.186E-7	9.205E-7
8	2.293E-7	7.982E-7	9.183E-7	9.205E-7
22	9.860E-7	9.244E-7	9.209E-7	9.208E-7

$$\lambda'_i = E_{ij} \quad \phi'_j = X_j + \sum_{i=m}^n \phi_i C_{ij}$$

$$X_j = (K - \mu M)^{-1} b_j$$

$$b_j = (\lambda'_i M - K' + \lambda_j M') \phi_j$$

$$C_{ij} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\lambda_j - \mu}{\lambda_i - \mu} \frac{-1}{\lambda_i - \lambda_j} E_{ij} \text{ for } i \neq j \\ -\frac{1}{2} \varepsilon_i \text{ for } i = j \end{array} \right\}$$

$$E_{ij} = \overline{\phi_i}^T (K' - \lambda_j M') \phi_j \quad \varepsilon_i = \overline{\phi_i}^T M' \phi_i$$

$\mu$  : parameter

$$\mu \rightarrow -\infty$$

$$m = 1$$

Fox-Kapoolの  
モーダル法

$$\mu = 0$$

$$m = 1$$

Wangの  
改善モーダル法

$$\mu = \lambda_j$$

Nelsonの  
モーダル法

$$\mu > 0$$

Hagiwara-Maの  
モーダル法

萩原一馬のモーダル感度法と  
従来のモーダル感度法との関係

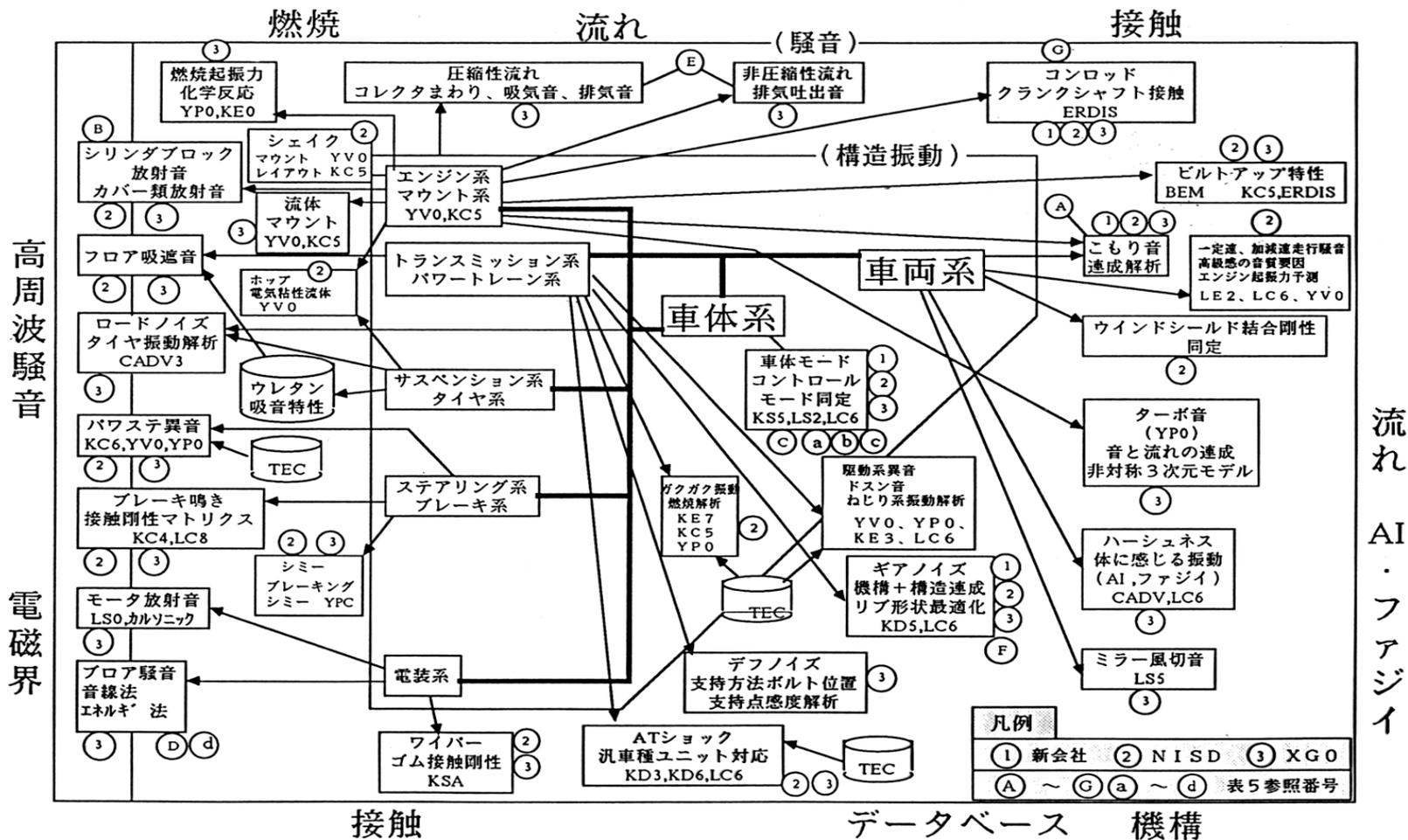
# 高周波室内騒音低減のための 区分モード合成法の開発

## 0 概要

1. はじめに
2. 区分モード合成法利用プロセス
3. 区分モード合成法の定式
4. 数値解析例
  - 4.1 簡易車両客室モデルの解析
  - 4.2 実車両客室モデルの解析

## 5. 結論

# 自動車の騒音振動に関する現象と解析上の課題：



## 騒音振動解析の課題全体図

# 概要

区分モード合成法



大規模な構造-音場連星問題に適用

高周波領域の応答



馬-萩原のモード合成法が有効



高周波も低周波も省略するものである

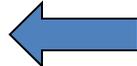


従来技術よりはるかに少ないモードの利用で足りる

連成問題では得られるマトリクスは稠密な上



非対称マトリクス  
でもある

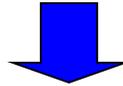


萩原らの右と左の固有戻間の関係式を利用

# はじめに

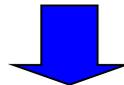
こもり音: 80Hz – 200Hz

MSC/NASTRAN には、モード加速度法をベースとした  
スーパーエレメント方がある

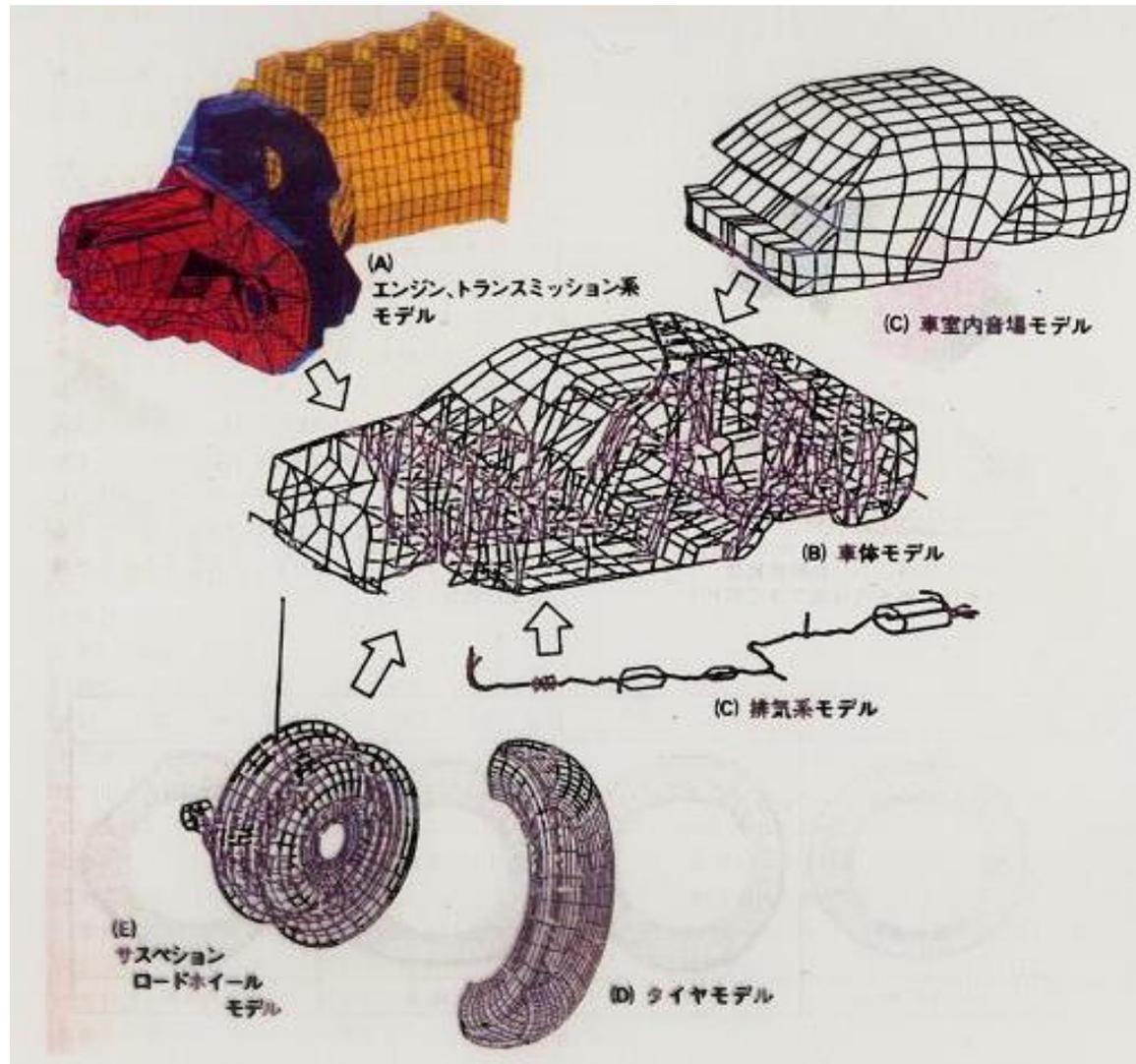


現存の最良ソフトではあるが、こもり音への利用は容易でない

馬一萩原法を利用すればこの課題は解決



こもり音も解析できる



実際の車両設計に利用される  
区分モード合成法モデル

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (1)$$

where

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{ss} & \mathbf{K}_{sa} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{aa} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{ss} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{as} & \mathbf{M}_{aa} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{u}^t = \left\{ \begin{matrix} \mathbf{u}_s^t & \mathbf{u}_a^t \end{matrix} \right\}$$

$$\mathbf{f}^t = \left\{ \begin{matrix} \mathbf{f}_s^t & \mathbf{f}_a^t \end{matrix} \right\}$$

$\mathbf{M}_{ss}$  : mass matrix of structure

$\mathbf{K}_{ss}$  : stiffness matrix of structure

$\mathbf{M}_{aa}$  : inertance matrix of the sound field

$\mathbf{K}_{aa}$  : elastance matrix of the sound field

$\mathbf{M}_{as}$  : matrices relative to the coupling conditions

$\mathbf{K}_{sa}$

Here

$\mathbf{u}_s$  : displacement of structure

$\mathbf{u}_a$  : sound pressure level

$\mathbf{f}_s$  : excitation vector on structure

$\mathbf{f}_a$  : force vector, represents interior acoustic sources

“s” : denoting the structural field system

“a” : denoting the sound field system

構造振動一音連成系の式

## 区分モード合成法の騒音低減への利用プロセス-2

モード座標:

$$\ddot{q}_i + 2\xi_i\omega_i\dot{q}_i + \omega_i^2q_i = \langle \bar{\phi}_i^T \rangle \{ f \} \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (2)$$

ここに  $\bar{\phi}_i$  :  $i$ -番目モードの左固有ベクトル;  
 $q_i$  :  $i$ -番目モードのモード変位

外力: 角振動数  $\omega_c$  の単一正弦波

  $\omega = \omega_c$  のときの  $i$  番目モードの変位応答値

$$q_i = \frac{\langle \bar{\phi}_i^T \rangle \{ f \}}{\omega_i^2 + 2i\xi_i\omega_i\omega_c - \omega_c^2} \quad (3)$$

## 区分モード合成法の騒音低減への利用プロセス－3

Displacement vector  $\{u\}$  with respect to physical coordinate system

$$\{u\} = \sum_{i=1}^N \{\phi_i\} q_i \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{m-1}, \quad \sum_{i=n+1}^N \quad : \text{ approximated by Eq.(3)}$$

$$\{u\} \cong \sum_{i=m}^n \{\phi_i\} q_i + \sum_{i=1}^{m-1} \frac{\{\phi_i\} \langle \bar{\phi}_i^T \rangle}{\omega_i^2 + 2i\xi_i \omega_i \omega_c - \omega_c^2} \{f\} + \sum_{i=n+1}^N \frac{\{\phi_i\} \langle \bar{\phi}_i^T \rangle}{\omega_i^2 + 2i\xi_i \omega_i \omega_c - \omega_c^2} \{f\} \quad (5)$$

## 区分モード合成法の騒音低減への利用プロセス－4

全モード数N ケの固有ペアを使用:

$$\left( [K] + i\omega_c [C] - \omega_c^2 [M] \right)^{-1} = \sum_{i=1}^N \frac{\{\phi_i\} \langle \bar{\phi}_i^T \rangle}{\omega_i^2 + 2i\xi_i \omega_i \omega_c - \omega_c^2} \quad (6)$$

式(6)を式(5)に代入:

$$\{u\} \cong \sum_{i=m}^n \{\phi_i\} q_i + \left( \left( [K] + i\omega_c [C] - \omega_c^2 [M] \right)^{-1} - \sum_{i=m}^n \frac{\{\phi_i\} \langle \bar{\phi}_i^T \rangle}{\omega_i^2 + 2i\xi_i \omega_i \omega_c - \omega_c^2} \right) \{f\} \quad (7)$$

## 区分モード合成法の定式ー1

$j$  番目の部分構造に対して:

有限要素法方程式

$$\begin{pmatrix} M_{sl} \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & M_{sk} & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & M_{sc} & 0 \\ M_{asl} \cdots & M_{ack} & M_{asc} & M_{aa} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{sl} \\ \vdots \\ \ddot{u}_{sk} \\ \ddot{u}_{sc} \\ \ddot{u}_a \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} K_{sl} \cdots & 0 & K_{slc} & K_{sla} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & K_{sk} & K_{skc} & K_{ska} \\ K_{scl} \cdots & K_{sck} & K_{sc} & K_{sca} \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & K_{aa} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} u_{sl} \\ \vdots \\ u_{sk} \\ u_{sc} \\ u_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ f_{sc} \\ f_a \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$j$  ( $=1, 2, \dots, k$ ): 構造部分  $j$

$c$  : 境界

$a$  : 音の領域部分

## 区分モード合成法の定式ー2

$i$  番目部分の運動方程式は:

$$[M_{si}] \{\ddot{u}_{si}\} + [K_{si}] \{u_{si}\} = -[K_{sic}] \{u_{sc}\} - [K_{sia}] \{u_a\} = \{\hat{f}\} \quad (9)$$

$m$ -番目 ( $>1$ )から $n$ -番目 ( $<N_i$ )のモードのみを使用して足し合わせると

$N_i$ : 部分構造  $i$ の全自由度数

$$\{u_{si}\} = \{u_{si}\} = \sum_{j=1}^{N_i} \{\phi_{sj}\} q_{sj} = [\phi_{si}] \{q_{si}\} + [G_i] \{u_{sc}\} + [G_{sia}] \{u_a\} \quad (10)$$

ここに  $[\phi_{si}] = [\phi_{sm} \ \dots \ \phi_{sn}]$

$$[G_i] = - \left( \left( [K_{si}] - \omega_c^2 [M_{si}] \right)^{-1} - \sum_{j=m}^n \frac{\{\phi_{sj}\} \langle \bar{\phi}_{sj}^T \rangle}{\omega_j^2 - \omega_c^2} \right) [K_{sic}] \quad (11)$$

$$[G_{sia}] = - \left( \left( [K_{si}] - \omega_c^2 [M_{si}] \right)^{-1} - \sum_{j=m}^n \frac{\{\phi_{sj}\} \langle \bar{\phi}_{sj}^T \rangle}{\omega_j^2 - \omega_c^2} \right) [K_{sia}] \quad (12)$$

## 区分モード合成法の定式—3

構造は既に高次モードの振動:

(音は十分低いにしても) ➡ 従来のモード合成法では1次から考慮が必要

$$\{u_a\} = \sum_{j=1}^k \{\phi_{aj}\} q_{aj} \quad (13)$$

構造部分と騒音領域を結合すると、

$$\begin{Bmatrix} u_{s1} \\ \vdots \\ u_{sk} \\ u_{sc} \\ u_a \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{s1} & \cdots & 0 & G_{slc} & G_{sla} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \phi_{sk} & G_{skc} & G_{ska} \\ 0 & \cdots & 0 & I & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \phi_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_{s1} \\ \vdots \\ q_{sk} \\ u_{sc} \\ u_a \end{Bmatrix} = [T] \{\tilde{u}\} \quad (14)$$

## 区分モード合成法の定式—4

式(14) を 式(1)に代入すると:

$$M\ddot{u} + Ku = f \quad (1)$$

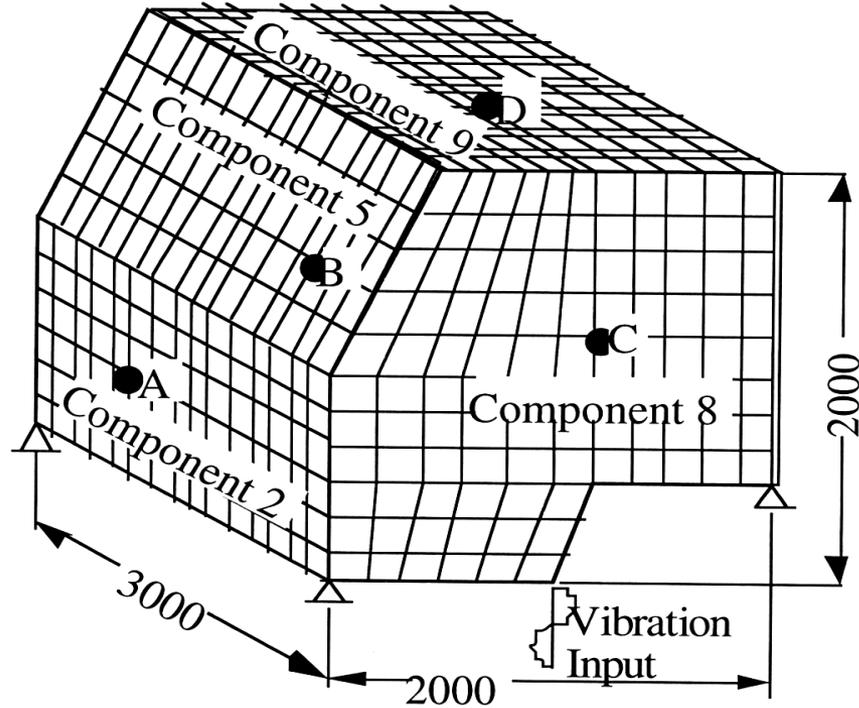
$$[\tilde{M}] \left\{ \ddot{\tilde{u}} \right\} + [\tilde{K}] \left\{ \tilde{u} \right\} = \left\{ \tilde{f} \right\} \quad (15)$$

ここに

$$[\tilde{M}] = [T]^T \begin{bmatrix} M_{ss} & 0 \\ M_{as} & M_{aa} \end{bmatrix} [T], [\tilde{K}] = [T]^T \begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sa} \\ 0 & K_{aa} \end{bmatrix} [T], [\tilde{f}] = [T]^T \left\{ \begin{array}{l} f_s \\ f_a \end{array} \right\}$$

$$[\hat{\phi}] = [\hat{\phi}_m \ \cdots \ \hat{\phi}_n], \ \{\hat{q}\} = \{\hat{q}_m \ \cdots \ \hat{q}_n\},$$

$$[\hat{G}] = \left( [\hat{K}] + i\omega_c [\hat{C}] - \omega_c^2 [\hat{M}] \right)^{-1} - \sum_{i=m}^n \frac{\{\hat{\phi}_i\} \langle \hat{\phi}_i^T \rangle}{\hat{\omega}_i^2 + 2i\xi\hat{\omega}_i\omega_c - \omega_c^2}$$



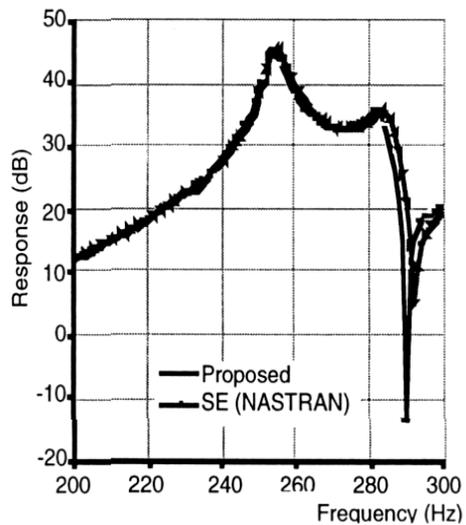
$$E = 2.06 \times 10^5 \text{ MPa}$$

$$\rho = 7.86 \times 10^{-6} \text{ kg / mm}^3 \quad 874 \text{ nodes}$$

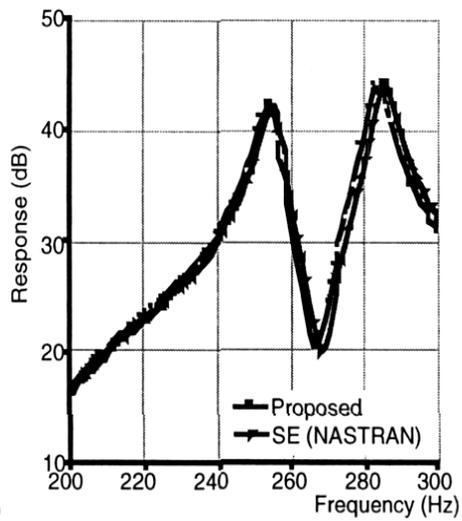
$$\gamma = 0.3 \quad 872 \text{ elements}$$

$$t = 2.0 \text{ mm}$$

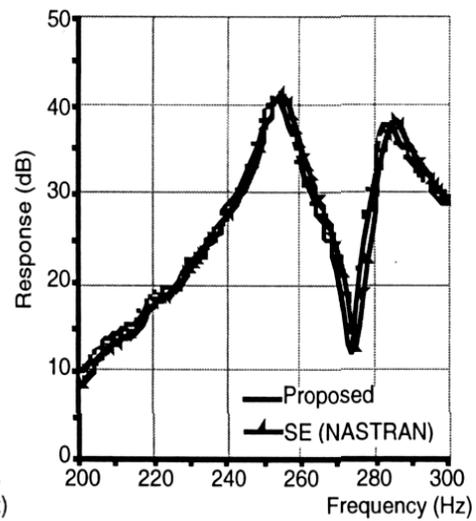
簡略化されたトラックの客室モデル



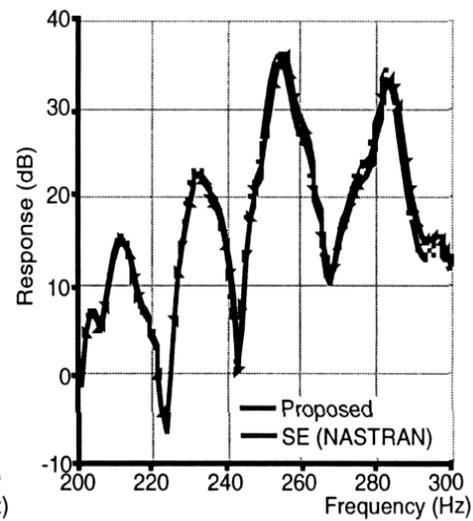
(a) Node A (Z-direction)



(c) Node C (Z-direction)



(b) Node B (Z-direction)



(d) Node D (Z-direction)

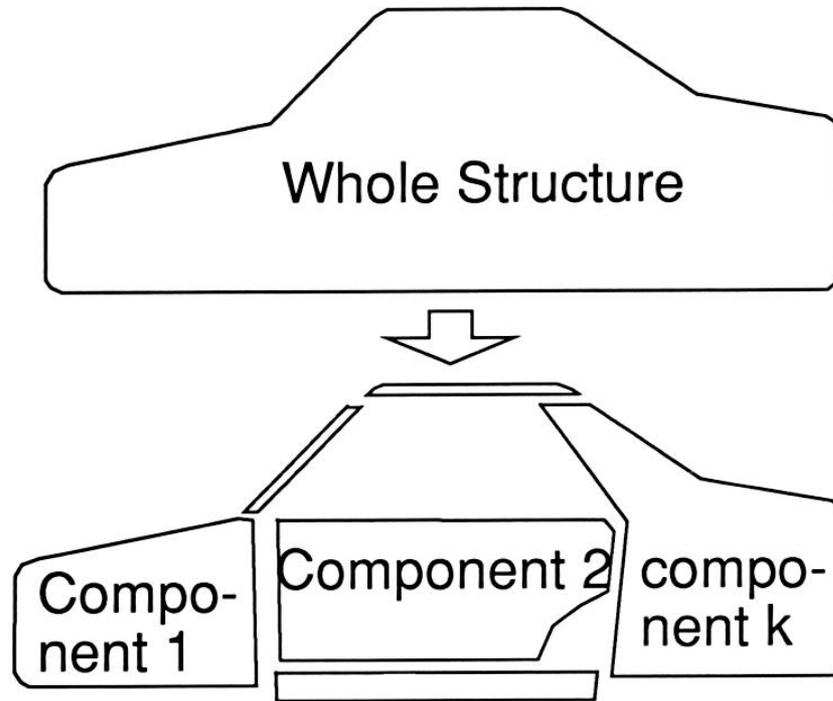
任意数力所点での周波数応答特性

		Proposed method	SuperElement (NASTRAN)
使用される固有モードの周波数範囲(Hz)		100-600	0-600
モード座標系の自由度数	部分構造 1	40	70
	部分構造 2	40	70
	部分構造 3	17	28
	部分構造 4	34	56
	部分構造 5	47	98
	部分構造 6	23	56
	部分構造 7	49	85
	部分構造 8	49	85
	部分構造 9	85	139
部分構造の境界上の自由度数		1104	1104
計		1488	1791
足し合わされた構造の固有モードの数		354	704

表 1 自由度数の比較

CPU (秒)	提案手法	スーパー エレメント法 (NASTRAN)
物理座標でのFEM 方程式の生成	8	8
CMSを使っでの全構造の 自由度数の削減	141	89
縮約構造の固有値解析	301	1044
縮約された方程式の求解と物理座 標への再変換	34	52
トータル	484	1193

表2. CPU タイムの比較



---

構造振動—音場連成システムの区分モード合成法

## 実車両客室の数値解析例－1

### 4ドアセダンモデル:

車体パネル: 部分構造数18 に分割.

室内音場: 部分構造数1

振動入力点: フロントサスペンション右用のショックアブソーバー

解析周波数範囲: 80Hz – 100Hz

使用されるモードの周波数範囲: 50Hz – 400Hz

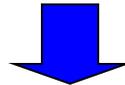
$$\omega_c = 90\text{Hz}$$



図4 – (b): は100Hzにおける音圧分布

## 簡略化した実車両客室の数値解析例－1

DMAP言語を使用し、MSC/NASTRANに  
新しい区分モード合成法を組み込んで検討



提案手法では、100Hz-600Hz のモードを使用し、MSC/NASTRAN  
スパーエレメント法では、0Hz-600Hz のモードを使用して比較

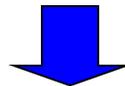


Fig.2 shows the FEM model

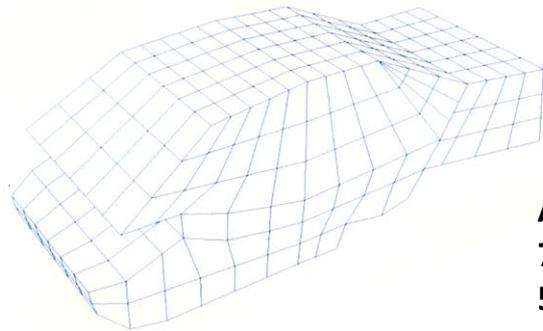
Table 1 shows the number of degrees of freedom

Fig.3 shows the frequency response function

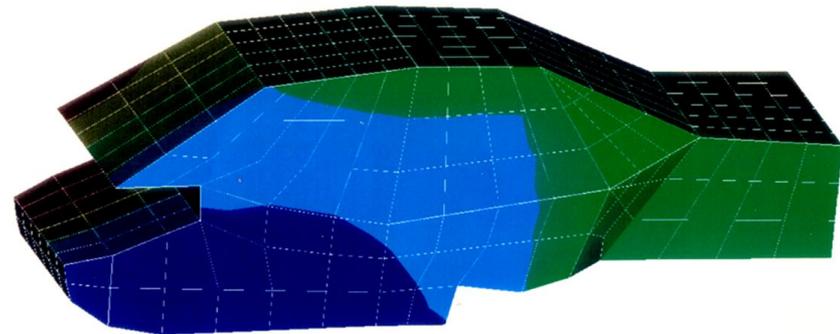
Table 2 shows the comparison of CPU time

Table 2. Comparison of CPU time

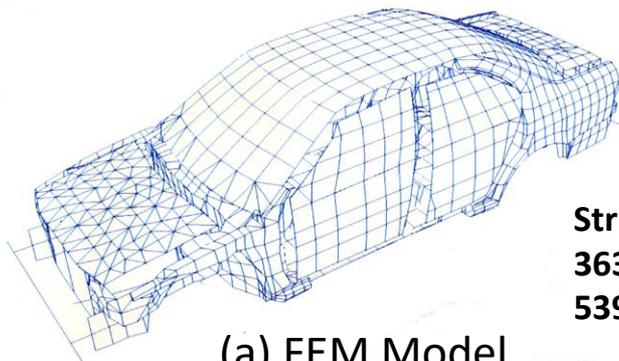
CPU time (sec)	Proposed method	SuperElement (NASTRAN)
Generation of the coefficient matrices With respect to physical coordinate	8	8
Reduction of Degree of freedom of all structural components using CMS	141	89
Eigenvalue analysis of (reduced ) structure	301	1044
Solving (reduced) equation and recovering data	34	52
Total	484	1193



**Acoustic:**  
728 nodes  
557 elements



(a) Sound pressure distribution



**Structure:**  
3638 nodes  
5391 elements

(a) FEM Model

Fig. 4 Finite element mesh and sound pressure distribution in the vehicle cabin (f=100Hz)

# SUBSTRUCTURE SYNTHESIS METHOD

## Component mode synthesis

New method of component mode synthesis

Response

$U = (m \times n)$  summation of modes + compensation terms  
 $= U(m, n, \omega, \omega_c, \omega_i)$

$\omega_i : m \leq i \leq n$  resonant frequency

$\omega_c$  : constant

$\omega$  : frequency

$\omega_c \rightarrow \infty$  mode displacement method

$\omega_c = 0$  mode acceleration method (1945)

Hansteen method (1979)

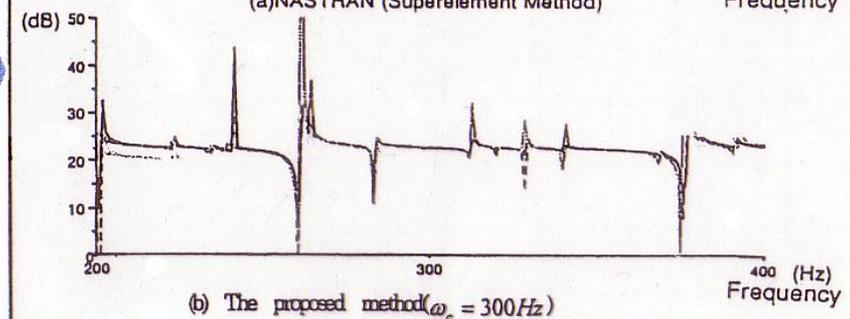
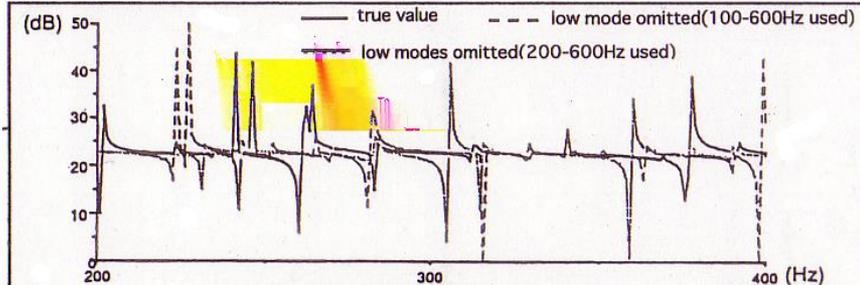
$\omega_c = \omega$  direct frequency response method

Superelement method of NASTRAN

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ u_a \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi & -K_{\omega\omega}^{-1}K_{\omega a} \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ u_a \end{Bmatrix}$$

## The proposed method

$$\begin{Bmatrix} u_{0'} \\ u_{a'} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi & -\left( (K_{\omega\omega} - \omega_c^2 M_{\omega\omega})^{-1} - \sum \frac{\phi_i \phi_i}{\omega_i^2 - \omega_c^2} \right) K_{\omega a} \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ u_a \end{Bmatrix}$$



Example of frequency response function with omitting low/high modes

## 簡略化した実車両客室の数値解析例結果考察

- 1) 部分構造での縮約に要する計算時間は、提案手法とMSC/NASTRANスーパーエレメント法と同じ。
- 2) 低周波数のモードを削減できる分、提案手法ではMSC/NASTRANスーパーエレメント法に比し、系の全自由度数は削減できる。
- 3) システムの固有値解析に要する時間も自由度数が削減されているため計算時間を短縮できる。
- 4) トータルのCPU タイムは 提案手法はMSC/NASTRANスーパーエレメント法の半分である。
- 5) 計算時間が半分に短縮されたうえ精度も提案手法が優れている。

## 低次モードの省略可能な区分モード合成(スーパーエレメント)技術

各コンポーネントの運動方程式は、集中質量を仮定し、コンポーネント内部に力が作用しないものとするれば、次のように表わすことができる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{oo} & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_{aa} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_o \\ \ddot{\mathbf{u}}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{oo} & \mathbf{K}_{oa} \\ \mathbf{K}_{ao} & \mathbf{K}_{aa} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_o \\ \mathbf{u}_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{f}_a \end{Bmatrix}$$

添字のoはコンポーネント内部  
aは境界部分を表わす。

自由度数を小さくするため、変位uのうち、 $\mathbf{u}_o$ を消去し、代わりに(少数の)モード座標の自由度qを導入。  
その変換関係は次のように表わせる。

### ●NASTRANスーパーエレメント法

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_o \\ \mathbf{u}_a \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi & -\mathbf{K}_{oo}^{-1}\mathbf{K}_{oa} \\ 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{u}_a \end{Bmatrix}$$

### ●本手法

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_o \\ \mathbf{u}_a \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi & -\left( (\mathbf{K}_{oo} - \omega_c^2 \mathbf{M}_{oo})^{-1} - \sum \frac{\phi_i \phi_i^T}{\omega_i^2 - \omega_c^2} \right) \mathbf{K}_{oa} \\ 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{u}_a \end{Bmatrix}$$

## まとめ

- 1) 振動騒音の基盤技術であるモード合成法であるが、NASAなどの一部で最先端のものが利用されているが、未だ一般には使用されていない。
- 2) 一つには、振動騒音の最もベーシックなところでは、既存のもので既に実用域に入り、新しい研究は、左程、注目されなかったことにもよると思われる。
- 3) 自動運転のレベル4, 5になると、客室の商品性が強く要求され、以上の最新技術も脚光を浴びるようになると考えられる。
- 4) 計測技術の著しい進歩により、科学・工学の興味の範囲は、ミクロとマクロの両極端に広がっている。ここで折紙工学やメタマテリアルが注目されるが、これらの推進のためにも以上の技術が注目されると考えている。